

# 今後の研究計画

佐野 めぐみ (Megumi Sano)

## 1. 論文リスト[6]で未解決として残った箇所を解決する

論文[6]では臨界 Sobolev 空間から Lorentz-Zygmund 空間への埋め込みに関連する最小化問題の最小化関数の存在・非存在に関して、Horiuchi-Kumlin 論文(2012)により指摘された未解決問題について考察し、ある一カ所を除いては解答を得た。具体的には、最小化問題にはあるパラメータが入っており、そのパラメータのある閾値を境にして最小化関数の存在・非存在が変わることを示した。しかしながらパラメータが閾値の場合には、最小化問題の最小化関数の存在・非存在は非常に繊細な問題で解析が困難であり、最小化関数が存在するかしないかは未だ判明していない。今後はこの判明していない箇所に関して、ポテンシャル関数の形状と球対称再配列の理論、閾値の評価を上手く組み合わせながら解決していく。

## 2. 論文リスト[6]の結果を重み付き臨界 Sobolev 空間に一般化する

論文[6]で考察した最小化問題は重みがついていない通常の臨界 Sobolev 空間の埋め込みに関連するものであるが、Horiuchi-Kumlin 論文(2012)では、重み付きの場合も未解決問題として指摘されている。重みが付いたことにより、[6]で用いた手法はそのままでは適用できない。今後は[6]で用いた手法を一般化しながら、重み付きの場合も考察していく。その際、球対称関数に帰着させる方法として、重み関数がついた球対称再配列の理論や moving plane 法などを用いる。また重みを付けたことにより、質の違う非コンパクト性が二つ生じ、臨界指数が二つ現れる”二重臨界”という状況が生じる。この場合は解析がより複雑になるため、最小化列が一点に集中する場合、集中する点が複数の場合を分けて考察し、それぞれの可能性を排除し、解決していく。なお本研究は G. Hwang 氏 (Yeungnam Univ.)との共同研究として進めていく。

## 3. 論文リスト[1]の結果の球対称性を外す

論文[1]では球対称な関数に対して臨界 Rellich 不等式の最良指数や最良定数、達成可能性について明らかにした。この論文で扱ったポテンシャル関数は球対称減少な関数ではないため、球対称再配列の議論(Talenti の比較定理)を適用することはできない。高階の場合は球対称再配列の議論以外に球対称化する技術は知られていないのであるが、Hardy タイプの不等式で symmetry breaking が起こるとは考えにくく、おそらく非球対称な関数に対しても同じ結果が成立するものと予想されるため、球対称性を外す方法について考察する。