

今後の研究計画

これまでの研究では、主に2種類の研究を行ってきた。1つ目は、可逆な化学反応を記述する方程式系が有する質量保存則、およびエントロピー構造の定式化により得られるアприオリ評価を利用して、解の時間大域的な適切性、及び時間無限大での漸近挙動を研究した。2つ目は、べき乗型の非線形項を有する半線形熱方程式に対して、特異な初期値を持つ場合の時間局所的な解の適切性を考察した。これまでの研究成果を踏まえ、今後は以下の通りに研究を進めていくことを計画している：

可逆な化学反応を記述する反応拡散方程式系の数学解析

1. 一般的な非斉次ディレクレ境界条件下での解の漸近挙動

先行研究[1]では、方程式系のエントロピー構造を保つ様な”良い”境界条件の下、時間無限大での漸近挙動を考察した。しかし、一般的には非斉次ディレクレ境界条件を課した場合には方程式系の構造式の扱いが極めて困難になることに起因して、漸近挙動の解析方法は全く確立されていない。今後の計画としては、まず非斉次ディレクレ境界条件下で定常問題を考え、求めた定常解の近くに初期値をとる場合に解の漸近挙動を調べられるか考察する。次に、その結果が一般的な初期値の場合に拡張可能かを検討する。

2. 非線形拡散を伴う反応拡散系に対する解の漸近挙動

斉次ノイマン境界条件の下、非線形拡散が伴う場合の漸近挙動の解析は Fellner-Latos-Tang (2020) により行われている。その研究によると、拡散の速さが“十分に遅い”場合には、Entropy Method が適用可能で、時間無限大での平衡点への指数的な収束が示されている。一方、拡散の速さに対する仮定を満たさない場合には漸近挙動の解析は未解決である。先行研究[2]で用いた解軌道のコンパクト性を利用する方法を非線形拡散の場合に拡張することで、問題解決を試みる。

3. 強い非線形拡散を伴う反応拡散系に対する解の時間大域的な存在

先行研究[3]では拡散項が porous media type である場合に時間大域的な弱解の存在を考察した。今後の研究の方向性としては、まずは先行研究で課していた、拡散項の非線形性を表す指数に対する仮定 $m_1 \leq 2$ を取り除けるかどうか検討する。また、近似解列のコンパクト性の証明には反応項のアприオリ有界性が不要であることに着目し、renormalized solution のクラスで時間大域解の存在を示せるか考察する。

特異な初期値を持つ半線形熱方程式に対する解の時間局所的な適切性

4. 臨界指数を満たす初期条件下での解の適切性

先行研究[4]では、負冪のソボレフ空間を初期値に持つ半線形熱方程式の解の時間局所的な適切性を考察した。そこで見出した指数条件は、初期値が L^q 空間の場合に於いては劣臨界条件の一般化に相当する。今後の研究としては、臨界条件に相当する場合の一般化に取り組む。