研究計画

黒木　慎太郎

今後も、変換群論における位相幾何的な側面を中心に研究を進めていきたいと思います。やりたいことは幾つかあるのですが、具体的に現在進行形の研究についてだけ述べます。

現在、「ある（leg を持っても良い）$2n$ valent のＧＫＭグラフ Γ を定義して、そのグラフのコホモロジー環 $H_T^*(\Gamma)$ の構造を組み合わせ論的に書き下そう」と言うことを研究しています。この Γ は、$n+1$ 次元のトーラス T が（ある条件を満たして）作用する $4n$ 次元の多様体 M から定義されるＧＫＭグラフとして現れるものです。

この研究の動機は Harada-Holm が、ハイパートーリックの同変コホモロジー$H_T^*(M)$ は組み合わせ論的な記述ができると言うことを示したことが出発点です。彼女らは、ハイパートーリックから定義できる半空間の交わり方から定義される環と $H_T^*(M)$ が同型になると言うことを示しました。今回我々の扱っているクラスは彼女らの研究しているクラスの一般化になっています。更に $\mathbf{H}P^n$ を含みます。これは非常に面白いクラスを提供する可能性があります。なぜなら１９９５年 R.Scott は、Davis-Januszkiewics の研究を背景にトーリックの四元数版の構成を試みました（スモールカバーと呼ばれるトーリックの実数版、つまり $\mathbf{Z}_2^n$ が作用する n 次元多様体、については研究されています）。ところが、そこで作られている空間は（$\mathbf{H}P^n$ は含みますが）一般的には $Sp(1)^n$ が作用していません（$SO(3)$ は作用しています）。これは、トーリックの四元数版とは、変換群論の立場から見れば、言いがたいと思います。そこで、我々の定義したクラスで、T^n への制限作用が $Sp(1)^n$ へいつ拡張するのか？と言う問に答えることができれば、トーリックの四元数版にあたるクラスの候補を定義することができたことになると思います。また、私は拡張条件がグラフの言葉で書けるのではないかと期待しています。そのような側面からもこれらの研究をやる意義は十分にあるものと考え、まずはこれらについて決着をつけたいと思います。