研究計画

鄭仁大

R. H. Fox による交代絡み目のアレクサンダー多項式の台形予想は長く未解決問題である．それとは逆の問題である実現可能性の問題，即ち任意の結び目のアレクサンダー多項式が満たす性質を持つ台形的多項式が与えられたとき，その多項式をアレクサンダー多項式として持つような交代結び目の存在性の問題があり，これらの問題の解決が，結び目理論の初期から考えられている交代結び目の特徴付けの問題への回答となる．

種数が 2 以下の特殊交代結び目のアレクサンダー多項式に対して台形予想が正しいことが証明できたので，続いて種数が 2 以下の交代結び目に対する台形予想について研究を進める．ここでは，特殊交代結び目の時に用いた方法に加えて，2 成分絡み目のコンウェイ多項式の一次係数が絡み数と一致すること，及び交代絡み目のヴィルディンガー表示から得られるアレクサンダー行列に matrix-tree theorem を適用することで得られる，研究成果で述べた方法の双対にあたるアレクサンダー多項式の求め方を適用することを考えている．

さらに，台形予想は係数のジャンプの幅に関する条件がなく，ジャンプの幅に制限を加えた台形予想を含む予想に関する研究を行う．その予想の主張は，

- $\forall i = 0, 1, \ldots, m$ に対して，$c_i = c_{m-i}$ が成立.
- $0 < c_0 \leq c_1 \leq \cdots \leq c_{[\frac{m}{2}]}$ が成立.
- $\forall j = 1, 2, \ldots, [\frac{m}{2}] - 1$ に対して，$c_{j-1} \cdot c_{j+1} \leq {c_j}^2$ が成立.

というもので，研究成果で述べた三番目の主張のみが異なり，この予想が正しければ台形予想は正しいということは直ちに分かる．

この予想が肯定的に解決された場合には，実現可能性の問題を，アレクサンダー多項式を重み付き連結ステイト和で表すの手法を用いて研究する．

また，研究成果で述べたように，R. I. Hartley によって 2-橋絡み目に対する台形予想の肯定的証明が与えられているが，2-橋結び目ではアレクサンダー多項式の次数 d と結び目の種数 g との間には常に $d = 2g$ の関係が成り立つので，アレクサンダー多項式を重み付き連結ステイト和で表す手法によって 2-橋結び目に対する台形予想の別証明が与えられないかということを考えたい．この場合の別証明が出来た場合は，さらに広い $d = 2g$ を満たすクラスに対しても考察したい．