## 2 今後の研究計画

1. GKM グラフの同変コホモロジー $H_T^*(\mathscr{G})$ が自由 $H^*(BT)$ 加群である必要十分条件について.
   先に述べた定理から, $H_T^*(\mathscr{G})$ は $\mathbf{k}[P(\mathscr{G})]$ である．したがって, 単体的半順序集合 $P$ に対して, $\mathbf{k}[P]$ が Cohen-Macauray 環であるための必要十分条件は何か, という問題に置き換えられるが, これはStanley-Reisner 環 (単体複体の face ring) に関する Reisner の定理の一般化と思える．このことを GKM グラフの言葉で表したい．そのための足がかりとして, 多様体の blowing-up に対応して定義されたGKM グラフの blowing-up, ならびに, 部分多様体に対応する部分 GKM グラフのコホモロジーについて考えたい. また, Davis-Januszkiewics による単体複体上の $T$ 作用を持つ空間の構成を一般化して, 単体的半順序集合上に$T$ 作用を持つ空間 (一般に多様体にはならない) を構成することができるが, この空間の同変コホモロジーはDavis-Januszkiewics の結果から, もとの単体的半順序集合の face ring に同型であることが期待できる．このことを通して, 空間のトポロジーの一般論から, GKM グラフの同変コホモロジー $H_T^*(\mathscr{G})$ についての性質を調べたい.

2. GKM グラフの $K$ 理論について.
   GKM 多様体の同変 $K$ 群が, 同変コホモロジーのときとほぼ同様にして, グラフから計算されることが, Knutson-Rosu によって示されている．このことから, GKM グラフに対して, 同変 $K$ 群を定義でき, GKM グラフの範疇で $K$ 理論を展開することができる．また, より一般に, GKM グラフの一般コホモロジー理論についても考えてみたい.

3. GKM グラフの種数について.
   向き付けられたコンパクト多様体のコボルディズム不変量として, さまざまな種数が定義されているが, この概念を GKM グラフに対して考えたい．GKM 多様体の場合で, 局所化定理による種数の表示が知られているので, そのことから, GKM グラフでの種数の定義を与えることが考えられる．さらに, GKM グラフの間のコボルディズムを (多様体のコボルディズムに見合うように) 定義して, そのように定義された種数が, GKM グラフのコボルディズムの不変量となっているか調べたい.