

2 今後の研究計画

1. GKM グラフの同変コホモロジー $H_T^*(\mathcal{G})$ が自由 $H^*(BT)$ 加群である必要十分条件について.

先に述べた定理から, $H_T^*(\mathcal{G})$ は $\mathbf{k}[P(\mathcal{G})]$ である. したがって, 単体的半順序集合 P に対して, $\mathbf{k}[P]$ が Cohen-Macaulay 環であるための必要十分条件は何か, という問題に置き換えられるが, これは Stanley-Reisner 環 (単体複体の face ring) に関する Reisner の定理の一般化と思える. このことを GKM グラフの言葉で表したい. また, Davis-Januszkieciewics による構成の単体的半順序集合への一般化を通して, 空間のトポロジーの一般論から, GKM グラフの同変コホモロジー $H_T^*(\mathcal{G})$ についての性質を調べたい.

2. GKM グラフの K 理論について.

GKM 多様体の同変 K 群が, 同変コホモロジーのときとほぼ同様にして, グラフから計算されることが, Knutson-Rosu によって示されている. このことから, GKM グラフに対して, 同変 K 群を定義でき, GKM グラフの範疇で K 理論を展開することができる. また, より一般に, GKM グラフの一般コホモロジー理論についても考えてみたい.

3. GKM グラフの種数について.

向き付けられたコンパクト多様体のコボルディズム不变量として, さまざまな種数が定義されているが, この概念を GKM グラフに対して考えたい. GKM 多様体の場合で, 局所化定理による種数の表示が知られているので, そのことから, GKM グラフでの種数の定義を与えることが考えられる. さらに, GKM グラフの間のコボルディズムを(多様体のコボルディズムに見合うように)定義して, そのように定義された種数が, GKM グラフのコボルディズムの不变量となっているか調べたい.