今後の研究計画

川見将広

まず，現在研究を進めている課題，すなわち，4 次元球面に「自明に」埋め込まれた曲面上にロホリンの 2 次形式に対応するスピン構造を与えたとき，それを保存する曲面上の自己同相写像が誘導する，1 次ホモロジー群上の自己同型写像の全体のなす群 (これは，シンプレクティック群の部分群をなす．私はこの群を，論文 [2] で spin-preserving symplectic group とよんでいる) を，種数が 2 の場合に完全に決定したい．その上で，一般の種数の場合についての決定が目標となる．

また，これまで調べてきたのは，ロホリンの 2 次形式に対応するスピン構造を保存する曲面上の自己同相写像が誘導する，1 次ホモロジー群上の自己同型写像の全体のなす群であるが，それ以外の一般的なスピン構造について，それを保存する曲面上の自己同相写像が誘導する，1 次ホモロジー群上の自己同型写像の全体のなす群は，シンプレクティック群の部分群として，spin-preserving symplectic group と共役な部分群をなしているのではないかと予想している．この予想を解決するのも今後の重要な課題ではないかと思う．また，上のような私の研究は，曲面の 4 次元球面への埋め込みを非自明にすると，また新たな問題が設定できる可能性もある．

他方，空間グラフには，topological symmetry group とよばれる重要な不変量がある．いま，6 頂点の完全グラフを 3 次元球面に「標準的に」埋め込むとき，その空間グラフの topological symmetry group と，種数が 2 の spin-preserving symplectic group が，実は同じ位数の群であることがわかった．両者はそれぞれ，曲面 (グラフ) の空間への埋め込みを限定したときに，曲面 (グラフ) のある構造を保つ変換全体のなす群である．よって，適切な同型対応をとることに成功すれば，曲面の情報とグラフの情報とを何らかの幾何的な意味で関係づける可能性も秘めているといえよう．