研究計画

能城　敏博

問題

問題「小平曲面の普遍被覆面の決定」を重点的に研究していく．

問題の背景

上記の問題は，ヒルベルトの 22 番目の問題「複素多様体の一意化問題」の特殊な場合である．

この 22 番目の問題は，1 次元複素多様体，すなわちリーマン面の場合に，ケーベやポアンカレによって解決された．すなわち，任意のリーマン面の普遍被覆面は，リーマン球，複素平面，または上半平面のいずれかと双正則同値である．

それでは，2 次元複素多様体の場合はどうか．一般にその普遍被覆面は複雑である．例えば，ポアンカレによって，単位円板 $B_2 = \{(z_1, z_2) \in \mathbf{C}^2 | |z_1|^2 + |z_2|^2 < 1\}$ と多重円板 $\Delta^2 = \{z_1 \in \mathbf{C} | |z_1| < 1\} \times \{z_2 \in \mathbf{C} | |z_2| < 1\}$ とは双正則同値でないことが示されている．したがって，普遍被覆面がある単連結な複素多様体と双正則同値でないことを示すことも重要である．

さて特殊な場合として，小平曲面を考える．小平が構成した小平曲面の普遍被覆面は，単位円板と双正則同値でないことが示されている．しかし，小平曲面の普遍被覆面の決定は，未解決である．

研究方法

タイヒミュラー空間の理論を使い，小平曲面の普遍被覆面を構成する．しかし，その決定は困難である．

さて，代数的手法により $(3, 0)$ 型のリーマン面をファイバーにもつ小平曲面の存在が示されている．そこでまず，その普遍被覆面を決定し，次に $(g, 0)$ 型の普遍被覆面の決定に取り組む．

以上をまとめると，次のステップに分けられる．

(1) 代数的な方法による $(3, 0)$ 型の小平曲面の存在の理解

(2) その普遍被覆面の決定

(3) $(g, 0)$ 型の小平曲面の普遍被覆面の決定