研究成果

能城　敏博

これまでの研究成果は，修士論文とそこから提起された問題の解決である．ここでは修士論文の概要と問題の解決について述べる．

修士論文

修士論文では，小平曲面と呼ばれるリーマン面の正則族を，タイヒミュラー空間を使って再構成することを説明している．

ここで，リーマン面の正則族とは，次の条件 (i),(ii) を満たす $\bigcup_{t\in R}\{t\}\times S_t$ のことである:

(i) R はリーマン面である;

(ii) S_t は任意の点 $t\in R$ に正則に依存する (g,n) 型のリーマン面である．ここで，g は S_t の種数であり，n は S_t の穴の個数である．

すると $\mathcal{M}=\bigcup_{t\in R}\{t\}\times S_t$ は 2 次元複素多様体となり，標準的な射影 $\pi:\mathcal{M}\to R,(t,p)\to t$ は正則写像となる．このような 3 組 $(\mathcal{M},\pi,R)$ を (g,n) 型のリーマン面の正則族と呼ぶ．

リーマン面の正則族 $(\mathcal{M},\pi,R)$ が小平曲面であるとは，R がコンパクトで，S_t が $(g,0)$ 型である，局所非自明なリーマン面の正則族である．小平は，このようなリーマン面の正則族を具体的に構成した．小平によって構成された小平曲面の重要な特徴は，底空間 R とファイバー S_t がコンパクトにもかかわらず，ファイバーとして特異ファイバーが現れないことである．このような例として，2 つのコンパクトリーマン面 R_0 と S_0 の直積 $\mathcal{M}_0=R_0\times S_0$ を全空間にし，$\pi_0:\mathcal{M}_0=R_0\times S_0\to R_0$ を標準的な射影とする 3 組 $(\mathcal{M}_0,\pi_0,R_0)$ という自明な例以外，知られていない．

さて小平の構成法は複素多様体の理論を用いるものであるが，本論文でのそれは，Riera に従って次のようにタイヒミュラー空間を使うものである．

R を $(1,4)$ 型とし，S_t を点 $t\in R$ に正則に依存する $(2,0)$ 型とし，$\mathcal{M}=\bigcup_{t\in R}\{t\}\times S_t$ とおく．この $\mathcal{M}$ に 2 次元複素多様体の構造を入れるためタイミュラー空間の理論を使う．そのアイデアは，$\mathcal{M}$ を種数 2 のタイヒミュラー空間 T_2 の中に正則に表現し，複素解析的な議論を行なうことである．

問題とその解決

小平は，小平曲面が局所非自明であることを，無限小変形理論を使って示した．すると，Riera の小平曲面も局所非自明であるかという問題が考えられる．この問題をタイミュラー空間の無限小理論を使って解決することができた．この解決は，Riera の例という具体的な場合でなされたが，タイヒミュラー空間の無限小理論の 1 つの応用を示すものであり，意味があると考えられる．