今後の研究計画

川見将広

現在，主に研究を進めているのは,「これまでの研究成果」で述べた，スピン写像類群 (spin mapping class group) の「ホモロジー版」，すなわち,「論文リスト」において挙げた論文 [2] において，私が spin-preserving symplectic group とよんでいる群とその応用である．私の当面の具体的な研究課題は，主に以下のように考えている．

[研究課題 1]

spin-preserving symplectic group の具体的な決定．論文 [2] で記述したように，閉曲面の種数が 2 以下の場合には，spin-preserving symplectic group を完全に決定できた．今後は，更に一般の種数の場合についてこの群の決定をひとつの目標としている．

[研究課題 2]

論文 [2] で記述したように，spin-preserving symplectic group から派生する曲面結び目 (surface knot，すなわち，4 次元球面内に埋め込まれた閉曲面) 理論への応用がある．すなわち，閉曲面上に，ロホリンの二次形式 (Rochlin's quadratic form) とよばれる標準的な二次形式を与え，それに対応するスピン構造 (spin structure) を与える．その上で，その閉曲面を 4 次元球面内に非自明に (すなわち，4 次元球面内でハンドル体を張らないように) 埋め込むと，そのスピン構造を保存する自己微分同相写像が誘導する，標数 2 の 1 次ホモロジー群上の自己同型写像全体のなす群は，spin-preserving symplectic group の部分群であることがわかる．この事実と，これまでの私の研究成果を照らし合わせると，その部分群としてどのようなものがあるかが，容易に特定される．では，その群を実現する曲面結び目は，実際に存在するか，という「実現問題」が設定可能であるが，例えば，いわゆる 3 葉結び目 (trefoil) を 3 次元球面内で，ある軸に沿って回転することによって得られる，4 次元内のスパン結び目 (spun-trefoil) と呼ばれる曲面結び目の spin-preserving symplectic group は，自明群であることがわかっている．他の実現可能な例を見つけること，また，そのような実現例から構成される曲面結び目のカテゴリーを，位相幾何学的に特徴付けたり，分類付けること等は，今後の私の研究課題である．