今後の研究計画

増井健一

研究成果で述べたように我々は有限文字からなる Strumian 列を決定する置き換えシステムを得た。これで得られる列は特定の点を初期点とするコード列となっている。結果として円周上をいくつかの弧に分割したときに得られるコード列は回転数の連分数展開と分割の端点たちの dual Ostrowski 展開から決定された。より詳しくは、まず分割の端点たちの dual Ostrowski 展開が回転数によって決まる。その展開の各桁とその桁以降の辞書式順序の比較をすることによって置き換えシステムが決まる。すなわち dual Ostrowski 展開のもつ性質を注意深く調べることでこの列の性質がわかる。

例えばこの置き換えシステムが周期的であるということは回転数や端点たちがどのような性質を持っているか、ということが問題となる。２次無理数の単純連分数展開は周期的となることが知られている。似た対象に関する研究結果から、回転数が２次無理数 α で端点たちが $\mathbb{Q}(\alpha)$ に含まれるときは周期的になるのではないかと予想される。このような数論的な命題を見出したい。

また任意に与えられた点を初期点とするコード列（片側無限または両側無限）を与える置き換えシステムを構成することを試みたい。実は連分数展開や Ostrowski 型展開は他にもいくつかの種類が存在する。適当なものを使えば上の目的を果たせる類似の構成が得られる可能性は高いと思われる。

更にこれらによって類似の構成を得られればそれらを比較することによって何か新しいものが見えてくることがあるのではないかと期待している。

２文字 Sturmian 列の場合は置き換えシステムから決定されることは知られていた。さらに２文字 Sturmian 列を決定する置き換えシステムの既約分解も知られている。我々の得た３文字以上の Sturmian 列を決定する置き換えシステムについても類似の既約分解が存在することが示せるのではないかと期待している。特にまず３文字の Sturmian 列の性質を考察することを試みたい。

Denjoy 系の次元群は double orbit number が無限のときだけが未決定である。有限の場合の計算方法を適切に変形すると決定することができるであろう。