研究成果のまとめ

増井健一

これまで Denjoy 系について研究をしてきた。ここで Denjoy 系について述べる。

円周上の向きを保つ同相写像で周期点をもたないものは無理数を回転数としてもつ。さらにこのなかで無理数回転と位相共役でないものはDenjoy 同相写像と呼ばれる (Denjoy 同相の詳細については例えば、矢野公一著『力学系２』(岩波講座 現代数学の基礎))。Denjoy 系とはDenjoy 同相写像の一意的な部分極小系として定義され、カントール極小系となる。このときファクター写像の多重点のなす集合はたかだか加算個の軌道となる ([Poincare])。この軌道の数のことを double orbit number、この集合のことを double point set と呼ぶ。またDenjoy 極小系の（向きを保つ）位相共役なもののなす族は回転数と double point set の配置（回転を除いた）によって決定される ([Markley])。

カントール極小系についてはR. H. Herman, I. F. Putnam, C. F. Skau によってその系と位相共役な adic モデル（Bratteli diagram の無限パス空間上で定義された adding machine）の存在が示された。

我々は double orbit number が有限となる Denjoy 系について、その adic モデルを具体的に構成した。この構成には回転数の連分数展開とそれに付随する Ostrowski 型展開を用いた。

またカントール極小系には次元群と呼ばれる不変量があり、その軌道構造と深い関係があることが知られている ([T. Giordano, I. F. Putnam, C. F. Skau])。Denjoy 系の次元群ついては、I. Putnam, K. Schmidt, C. Skau によってほとんど決定されている。

我々の得た adic モデルを用いると、double orbit number が有限となる Denjoy 系の次元群を彼らが決定できなかったものも含めて、決定することができた。

またこれを少し変形すると Denjoy 系と位相共役な一定階数の Bratteli diagram の無限パス空間上で定義された adding machine が得られる。これから自然な置き換えシステムが導かれる。実はこれによって（double orbit number +1）文字の両側無限列が記述され、その軌道閉包のなすサブシフトが元の Denjoy 系と位相共役となる。特に double orbit number が１のとき両側無限 Sturmian 列として知られるものとなっている。この意味で一種の Sturmian 列の拡張を決定する置き換えシステムが得られた。この列は円周上を（double orbit number +1）個の弧に分割して、それらから得られるコード列となっている。