研究計画

岩切雅英

私は、4 次元球面内の曲面について興味を持ち、これまでも色々な研究を行ってきました。4 次元球面内に埋め込まれた曲面 (曲面絡み目) については、これまで多くの研究が行われています。私も論文リスト [2-5,7,10,11] において曲面絡み目の研究を行いました。4 次元球面内にジェネリックにはめ込まれた曲面 (特異曲面絡み目) についても同様な研究が行う価値があると思えますが、それほど活発に研究が行われていないようです。私はこれまで特異曲面ブレイドを用いて特異曲面絡み目の研究を行っています (論文リスト [1,6,9])。そこでは、特異曲面絡み目の基本的な局所変形である 1 ーハンドル手術と crossing change に関する研究などを行っています。また、特異曲面ブレイドはチャートと呼ばれる平面上のグラフで表すことができます。私は次のテーマで研究をやりたいと思います。

- 特異リボン曲面絡み目について
- 特異曲面絡み目の 1 ーハンドル手術に関する結び目解消数と crossing change に関する結び目解消数
- w-index の小さな特異曲面絡み目の決定

• 特異リボン曲面絡み目について

いくつかの自明な特異曲面結び目に 1 ーハンドル手術と crossing change を有限回繰り返すことで得られる特異曲面絡み目を特異リボン曲面絡み目ということにします。[9] において、曲面絡み目の時と同様に、特異曲面絡み目 F の w-index が 0 であることと F が特異リボン曲面絡み目であることが同値であることを示しました。また、F が $-$amphichiral なチャートで表されるとき、F が特異リボン曲面絡み目であることも示しました。この逆がいつ成り立つかについて考えたいと思います。また、特異リボン曲面絡み目の normal form について考えたいと思います。リボン曲面絡み目に対しては、3 次元空間内の 2 次元円板とバンドによって表されることが知られています。特異リボン曲面絡み目に対しても、同様な表示を与えたいとも思っています。また、球面結び目の時と同様に、特異球面結び目 F の 3 重点数が 0 であることと F が特異リボン曲面絡み目であることの関係ついても興味があります。

• 特異曲面絡み目の 1 ーハンドル手術に関する結び目解消数と crossing change に関する結び目解消数

特異曲面絡み目の 1-ハンドル手術と crossing change が結び目解消操作であることが知られています。それぞれの結び目解消数を考える予定です。ブレイド指数が 3 の非自明な特異曲面絡み目の場合、それぞれ 1 であることを [9] において示しました。その証明では特異リボン曲面絡み目であることが重要な点でした。同様にして、特異リボン曲面絡み目のそれぞれの結び目解消数の上からの評価をまず与えたいと思います。このために、チャート表示を用いて研究したいと思います。また補空間の基本群やアレクサンダー不変量、彩色数などを用いて下からの評価も与えたいと思います。

• w-index の小さい特異曲面絡み目の決定

w-index の小さい曲面絡み目について様々なことが知られています。w-index が 0 の曲面絡み目がリボン曲面絡み目であることと同値であること、w-index が $1, 2, 3, 5$ の曲面絡み目が存在しないことなどが知られています。私は [7,11] において、カンドルコサイクル不変量を用いた w-index の下からの評価を与えました。前述したとおり, w-index が 0 の特異曲面絡み目については、特異リボン曲面絡み目であることと同値であることがわかりました。ここでは、特異リボン曲面絡み目でないものの w-index の最小値がいくつであるのか、またその特異曲面絡み目がどんな性質を持つか特徴付けしたいと思います。また不変量を用いることで w-index の下からの評価を与えたいと思います。