今後の研究計画

吉脇　理雄

(I). Λ を多元環とし，T を Λ 上の入射次元 $d \geq 1$ の余傾加群とする．このとき Λ の部分圏 $\mathcal{X}_T$ から見た相対的な導来次元は T の入射次元 d に一致する (論文リスト [6])．加えて，多元環上の余傾加群は導来同値関手を導く傾加群の双対として得られるため，導来圏の構造を理解するために有用であろう．したがって，第一に，$\mathcal{X}_T$ から見た相対的な導来次元を用いて，通常の導来次元を求める方法を構築することを目的とする．

(II). $\Gamma = \begin{bmatrix} R & 0 \\ M & S \end{bmatrix}$ を三角行列多元環とする．ただし，R や S は多元環で，M は S-R-両側加群である．Γ の導来次元は R や S の導来次元以上となる (Asadollahi-Hafezi) ことに注意しよう．第二に，三角行列多元環の導来次元について，(I) の結果を用いて，以下の疑問を調べたいと考えている．

<u>**疑問 A**</u>: S を代数閉体 k 上多元環，M を S 加群とし，$\Gamma = \begin{bmatrix} k & 0 \\ M & S \end{bmatrix}$ を M による S の一点拡大多元環とする．このとき，S と Γ の導来次元が一致するための条件は何か？

これは「これまでの研究成果のまとめ」における問題 I と密接な関係がある．なぜならば canonical 多元環はすべて，道多元環の一点拡大多元環として得られるからである．

(III). 多元環が *tame* であるとは，次元の等しい直既約加群の同型類が（有限個を除いて）有限個のパラメータで制御されているものである．多元環の表現型は tame と wild の二つに分けられることが知られている（Drozd）．Tame 自己入射多元環について，表現次元と関連のある次の予想がある．

<u>**予想**</u>: Tame 自己入射多元環の安定次元は高々 1 である．

ある仮定の下で，大域次元有限の多元環 B の繰り返し多元環 $\hat{B}$ の軌道多元環 $\hat{B}/G$ として得られる自己入射多元環の安定次元の上限は B の導来次元で与えられることがわかっている (cf. [3])．この事実を使って，私は polynomial growth 標準的自己入射多元環の安定次元は高々 1 となることを示し，上述の予想に対して肯定的な結果を得た．さらに，この事実を wild canonical 型自己入射多元環に適用すると，その安定次元の上限は wild canonical 多元環の導来次元で与えられることがわかる．Canonical 多元環の大域次元は高々 2 である．したがって，第三に，wild canonical 多元環の導来次元は 2 であるか，という疑問について考えたい．これには上述の疑問 A が参考になるであろう．そして，wild canonical 型自己入射多元環の安定次元を確定する予定である．上述の予想に鑑みて，その自己入射多元環の安定次元は 2 となることを期待している．

(IV). Rouquier によると外積代数 $\wedge(k^n)$ は表現次元が $n+1$，導来次元が n，安定次元が $n-1$ となる．また，有限表現型自己入射多元環については，Auslander や Chen-Ye-Zhang，Han の結果より，表現次元は 2，導来次元は 1，安定次元は 0 になる．よって自然な疑問が生まれる．

<u>**疑問 B**</u>: 自己入射多元環において表現次元と導来次元の差及び導来次元と安定次元の差はそれぞれ 1 以上か？

Oppermann も指摘しているが，現時点でそれらの次元が一致するような自己入射多元環は見つかっていない．よって，この疑問について調べ，低導来次元の自己入射多元環の表現論的性質を知ることが第四の目的である．

(V). IG 多元環において，CM 加群圏は Frobenius 圏であり，その安定圏は三角圏をなす．その安定圏の次元は安定次元と等しいことに注意すると，IG 多元環が有限 CM 表現型であれば，安定次元は 0 となる．ではその逆は成り立つであろうか，という疑問が自然に提起される．したがって，この疑問について考えることを第五の目標としたい．これは私の安定次元 0 の自己入射多元環についての結果の一般化となっている．