これまでの研究成果

安部哲哉

交代化数の研究

交代化数は、与えられた結び目の「複雑さ」を測る不変量である。この不変量の特徴は以下の２つである。

- 初等的かつ（結び目理論の観点から）自然に定義される。
- 従来の方法では十分に解明することができなかった。

私は、論文 [8] において、1999 年に導入されたコバノフホモロジー理論を用いて**交代化数を研究するツールを与えた**。具体的には（コバノフホモロジー理論に由来する）ラスムッセン不変量を用いて <u>交代化数の下からの評価を与えた</u>。また、この評価式を応用して Adams の著書 [A] で未解決問題として取り上げられた

「概交代トーラス結び目はタイプ **(3, 4)** と **(3, 5)** のみに限る」

という予想を**肯定的に解決した**。

参考文献 [A] C. Adams, *The knot book*, American Mathematical Society, 2004.

４次元多様体のハンドル分解の研究

ハンドル分解は、可微分多様体の基本的な研究ツールである。論文 [1] では、４次元多様体のハンドル分解の「多様性」または「柔軟さ」を示す定理を証明した。具体的には無限個の４次元多様体の系列 $\{X_i\}_{i\in\mathbb{Z}\geq 0}$ で、次の性質を持つものを構成した。

- X_i は 0 ハンドルに 2 ハンドル h_i^2 を張り付けて得られたハンドル分解を持つ。
- 任意の $i \neq j$ に対して、h_i^2 と h_j^2 の接着の仕方は相異なる [1]。
- 任意の $i \neq j$ に対して、X_i と X_j は微分同相。

構成では、３次元多様体論で研究されていた**「アニュラスツイスト」という結び目の局所変形**を用いた。証明は、２ハンドルの接着球面（結び目）をアニュラスツイスト捻って得られたハンドル分解が表す４次元多様体は、元の４次元多様体と微分同相であることを示すことにより実行された。

スライス・リボン予想の反例候補の構成

プレプリント [1] において、結び目理論における懸案の問題である、**スライス・リボン予想の反例候補を与えた**。この反例候補の構成の特徴は、

（３次元多様体論で研究されていた）アニュラスツイスト

を用いた点である。（反例候補であることの）証明の特徴は、

４次元のハンドル分解の理論 [2]

を用いた点である。また「アニュラスツイスト」と（４次元多様体論において重要な操作である）ログ変換の関係を示唆する結果を得た。

---

[1] ２ハンドルの接着球面（結び目）が相異なるということ。
[2] しばしば**カービー計算**と呼ばれる。