研究についての抱負

安部哲哉

以下の 2 つの研究計画を実行する予定です。

研究計画 1： リボン円板の特徴付け

スライス・リボン予想を解決するための準備をします。まず、ハンドル分解の観点から、リボン円板を特徴付けます。詳細を述べる前に、リボン円板の定義から話を始めます。

4 次元球体 B^4 の半径関数 r を考えます [1]。B^4 に埋め込まれた 2 次元円板が**リボン円板**であるとは、(r に関して B^4 の内部で) 極大値を持たないときに言います。B^4 のハンドル分解 HD が**シンプル**とは、（カービー変形で互いに移り合う）ハンドル分解の列

$$HD \to HD_1 \to HD_2 \to \cdots \to HD_n$$

が存在して、HD と HD_i $(i = 1, 2, \cdots, n)$ は 3-ハンドルを含まず、HD_n が B^4 の (0-ハンドル 1 つからなる）自明なハンドル分解になるときに言います。まず、次を示す予定です。

定理 1：次の集合は一致する。

(1) リボン円板全体のなす集合 (up to isotopy)

(2) B^4 のシンプルなハンドル分解に含まれる 2-ハンドルの cocore 円板の全体集合 (up to isotopy)

特に「B^4 のシンプルなハンドル分解の 2-ハンドルの cocore 円板はリボン円板である事」を示します。この特徴付けを基礎として（現在のところ解決の手がかりがつかめない) スライス・リボン予想の解決を目指します。

研究計画 2：リボン円板の特徴付けの応用

ここで図 1 のハンドル分解 HD_n を考え、D_n を n-framed 2-ハンドルの cocore 円板とします。次を示す予定です。

定理 2：次が成り立つ。

(1) D_n は相異なるリボン円板である。

(2) D_n の外部は微分同相になる。

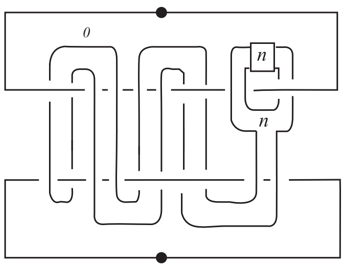

図 1: B^4 のハンドル分解 HD_n.

1980 年代に、定理 2 の高次元のアナロジーは既に得られていました。一方、(2 次元）リボン円板に関しては（未解決の 4 次元ポアンカレ予想が一つの障害となり）定理 2 は現在に至るまで証明されていませんでした。この意味で、定理 2 を証明したときのインパクトは大きいと思われます。

---

[1] 半径関数 r とは（B^4 を 4 次元ユークリッド空間の原点を中心とする半径 1 の球体と思った時）B^4 の点 x に対して、原点との距離 $r(x)$ を与える関数のことです。