研 究 計 画

これまでに得られた結果をふまえ、次の問題に取り組んでいきます。

1. 3 次元リーマン空間形内の半離散平均曲率一定曲面の構成

[9] の継続課題として、3 次元リーマン空間形内の半離散平均曲率一定曲面の構成法を新たに与えます。3 次元ユークリッド空間内の半離散平均曲率一定曲面の研究は Müller によってすでに始められていますが、具体例の構成には至っていません。近年 Wolfgang Carl 氏 (グラーツ工科大学) によって 3 次元ユークリッド空間内の半離散平均曲率一定曲面に対する行列表示が導出され、行列型微分方程式と差分方程式の解を得ることが出来れば半離散平均曲率一定曲面を構成できることが示されました。現在申請者は Carl 氏との共同研究において、3 次元ユークリッド空間内の半離散平均曲率一定曲面の新たな構成法の導出に既に取り掛かっており、結果が得られ次第、これらを 3 次元リーマン空間形内の半離散平均曲率一定曲面にまで拡張します。さらに半離散平均曲率一定曲面のある距離の平行曲面が半離散ガウス曲率正一定曲面になるため、具体例を構成するとともに現れる特異点の解析を行います。これは半離散 sinh-Gordon 方程式とも関連する興味深い問題です。

2. 3 次元ローレンツ定曲率空間内の離散平均曲率一定曲面の構成

[9]、[12] の拡張として、3 次元ミンコフスキー空間内の離散平均曲率一定曲面の構成法を、行列分解を応用して導出します。3 次元リーマン空間型内の離散平均曲率一定曲面の場合とは異なり、また 3 次元ミンコフスキー空間内の離散平均曲率一定曲面の場合と同様に、3 次元ローレンツ定曲率空間内の離散平均曲率一定曲面はある種の特異点を持つこともあれば全く持たないこともあると期待されます。まずは離散平均曲率一定曲面に対して適切な可積分条件を満たす行列表示を決定し、随伴する離散可積分方程式 (離散 sinh-Gordon 方程式) を導出します。さらに行列分解を適用することで 3 次元ローレンツ定曲率空間内の離散平均曲率一定曲面の構成法を導出し、新たな例を構成するとともに現れる特異点の解析を行います。従来の [2] における手法を特異点の解析する際に適用するとともに、対応する離散 sinh-Gordon 方程式の解の振る舞いを調べることによってより厳密に特異点の特徴付けを行います。可能であれば、その半離散アナロジーも与えていきます。

3. 離散化された時間的双等温曲面の理論

3 次元ローレンツ定曲率空間内の離散化された時間的双等温曲面の理論を完成させます。準備中の論文 [13] において、3 次元ミンコフスキー空間内の時間的双等温曲面の理論を新たに確立し、その結果は [7] において既に紹介しております。3 次元ミンコフスキー空間内の離散時間的極小曲面に対する Weierstrass 型の表現公式は得られているので、まずはこれらに現れる特異点の解析を行います。さらにこれらを 3 次元ローレンツ定曲率空間内にまで拡張し、より一般の理論を確立します。特に 3 次元 AdS 空間内の離散時間的双等温平均曲率一定 1 曲面に対しては Weierstarss 型の表現公式を導出するとともに具体例を構成し、現れる特異点の解析を行います。

4. 一般の離散化された曲面に現れる特異点の解析

Weierstrass 型の表現公式を持つ離散曲面の特異点の解析は [2]、[5] においてなされましたが、一般の離散曲面の特異点を解析することは非常に困難です。これは離散曲面を考える際には微分ができないということに起因しております。さらに、半離散曲面に現れる特異点の解析は [4]、[6]、[8]、[10] のみで行われており、一般の半離散曲面の特異点の解析は離散的な場合と同様に困難が伴います。まずは Weierstrass 型の表現公式を持たない離散化された曲面の特別なクラスである離散化されたガウス曲率負一定曲面に現れる特異点の研究を行います。離散ガウス曲率負一定曲面の理論は Bobenko-Pinkall や Schief、半離散ガウス曲率負一定曲面の理論は Wallner によって与えられているため、これらの離散化された曲面に現れる特異点の特徴付けを行います。これらの結果を足がかりに、一般の離散化された曲面に現れる特異点の特徴付けを行います。