

## 1 研究計画

**A. 爆発解の分類.** これまでの研究の続編として以下の非線形問題に対して **Type II** の特異性を示す解を構成し、解の形状や爆発の速さ等の評価を含めて詳細な性質を調べると共に爆発解の分類を目指す：

- 藤田方程式  $u_t = \Delta u + |u|^{p-1}u$ , ( $p > 1$ );
- 球面に値をとる調和写像流方程式  $\partial_t F = \Delta F + |\nabla F|^2 F$ ,  $F_t : \mathbf{R}^d \rightarrow S^d$ ;
- Keller–Segel 系  $u_t = \Delta u - \nabla \cdot (u \nabla v)$ ,  $0 = \Delta v + u - v$ .

藤田方程式に対しては Matano ('07), Mizoguchi, ('11) の先行研究で残された未解決問題を解決した [9]. これより Sobolev 優臨界の場合に球対称な爆発解の分類がひとまず完成したが、関連して以下の問題を考察する：

- 俣野-溝口理論では未だ残されている技術的問題点を克服し、その理論の精密化を図る.
- 未解決となっている Joseph–Lundgren 臨界に対し、俣野-溝口理論の一般化を図る.
- これらの研究で得た技術をより広範な非線形問題に対して適用できるように一般化する.

最後の点については直近の問題として (技術的にはより複雑になることが予想されるが) 上記の方程式を始めとする非線形問題がある. これについては予備的研究で信頼に足る計算結果を得ており、いくつかの重要な未解決問題を解決ができると予想している.

**B. Stefan 問題への応用.** 氷が融けて水になる過程は古くから研究されており、**Stefan 問題**と呼ばれている. 最も単純な場合として 3次元ユークリッド空間において、一つの氷の塊が水に囲まれている状況を考える. 水の温度変化は熱方程式に従い、氷と水の境目部分 (界面) は時間の関数として表され、刻々と変化する. 与えられた (固定の) 領域における境界値問題と異なり、水の温度と共にその界面も求めるべき未知関数であるため、一般にこのような問題を **自由境界値問題**と呼ぶ. Stefan 問題は解の存在・微分可能性の研究から数値解析的研究に至るまで様々な視点からの研究がなされてきた. これまで得た技術を応用し、Stefan 問題及び一般の自由境界値問題に対する研究発展に寄与したい.

**C. 多重質量凝集の正当化.** [3] では 2次元 Keller–Segel (KS) 系に対する多重質量凝集解の構成に取り組み、特異点近傍での漸近展開を持つ形式解を得た. この解の存在証明を試みる. この解の厳密な存在証明は利用できる対称性が少ないため、大きな困難を伴う. [1] で開発した手法を発展させて行くことでこの目標を達成したい. やや扱い易い Sobolev 臨界指数を持つ藤田方程式は KS 系と類似の構造を持つ. [3] に相当する形式解の構成とその厳密化を確かめ、KS 系の解析に臨みたい.

以上

## 参考文献

- [1] Yukihiro Seki, *Type II blow-up mechanisms in a semilinear heat equation with critical Joseph-Lundgren exponent*, J. Funct. Anal. (2018, in press, 77pages, 査読付き) DOI=<https://doi.org/10.1016/j.jfa.2018.05.008>.
- [2] Pawel Biernat and Yukihiro Seki, *Type II blow-up mechanism in supercritical harmonic map heat flow*, International Mathematics Research Notices (IMRN) (2017), DOI=<https://doi.org/10.1093/imrn/rnx122> (査読付き)
- [3] Yukihiro Seki, Yoshie Sugiyama, and Juan José López Velázquez, *Multiple peak aggregations for the Keller-Segel system*, Nonlinearity, **26** (2013) 319–352. (査読付き)
- [4] Yoshikazu Giga, Yukihiro Seki, and Noriaki Umeda, *On decay rate of quenching profile at space infinity for axisymmetric Mean curvature flow*, Discrete Contin. Dyn. Syst., **29** (2011), 1463–1470. (査読付き)
- [5] Yukihiro Seki, *On exact dead-core rates for a semilinear heat equation with strong absorption*, Comm. Contemp. Math., **13** (2011), 1–52. (査読付き)
- [6] Yoshikazu Giga, Yukihiro Seki, and Noriaki Umeda, *Mean curvature flow closes open ends of noncompact surfaces of rotation*, Comm. Partial Differential Equations, **34** (2009), 1508–1529. (査読付き)
- [7] Yukihiro Seki, *On directional blow-up for quasilinear parabolic equations with fast diffusion*, J. Math. Anal. Appl., **338** (2008), 572–587. (査読付き)
- [8] Yukihiro Seki, Ryuichi Suzuki, and Noriaki Umeda, *Blow-up directions for quasilinear parabolic equations*, Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A, **138** (2008), 379–405. (査読付き)
- [9] Yukihiro Seki, *Type II blow-up mechanisms in a semilinear heat equation with Lepin exponent*, preprint. (九州大学プレプリントシリーズ: <http://www.math.kyushu-u.ac.jp/publications/index>)
- [10] Yukihiro Seki and Pawel Biernat, *Transitions of blow-up mechanisms in supercritical harmonic map heat flow*, in preparation
- [11] Yukihiro Seki and Takashi Senba, *Radial blow-up solutions of a parabolic–elliptic system of chemotaxis*, in preparation
- [12] Yukihiro Seki, *Type II blow-up mechanisms in semilinear parabolic equations*, Proceedings of the 39th Sapporo Symposium on Partial Differential Equations, Technical Report **161**(2014), pp 105–110 (査読なし)
- [13] Yukihiro Seki, Yoshie Sugiyama, and Juan José López Velázquez, *Multiple points blow-up for the Keller-Segel system*, 数理解析研究所講究録, **1892** (2014), 21–28. (査読なし)
- [14] Yukihiro Seki, *A remark on blow-up at space infinity*, Discrete Contin. Dyn. Syst. 2009, Dynamical Systems, Differential Equations and Applications. 7th AIMS Conference, suppl., 691–696 (査読付き)
- [15] Yoshikazu Giga, Yukihiro Seki, and Noriaki Umeda, *Blow-up at space infinity for nonlinear heat equations*, Recent Advances in Nonlinear Analysis, World Scientific Publishing, New Jersey, Hackensack, NJ, 2008, 77–94. (査読付き)