これまでの研究成果のまとめ

Hessenberg 多様体は任意の Lie type における旗多様体の部分多様体であり（一般に特異点を持つ），そのトポロジーは他分野と関係がある比較的新しい研究対象である．以下，これまでに得られた結果の一部を述べる．

(1) Peterson 多様体のコホモロジー環

(原田芽ぐみ氏，枡田幹也氏との共同研究)
Peterson 多様体は旗多様体の量子コホモロジーと関連があるものとして知られている．Peterson 多様体のコホモロジー環は，A 型の場合に福川-原田-枡田によって，生成元と基本関係式による明示的表示が得られていた．この結果を含むように任意の Lie type による Peterson 多様体のコホモロジー環の明示的表示を与えた．

(2) A 型 regular nilpotent Hessenberg 多様体のコホモロジー環

(阿部拓氏，原田芽ぐみ氏，枡田幹也氏との共同研究)
regular nilpotent Hessenberg 多様体は (1) で述べた Peterson 多様体と旗多様体を自然に繋ぐものである．A 型 regular nilpotent Hessenberg 多様体のコホモロジー環の，生成元と基本関係式による明示的表示を与えた．

(3) A 型 regular nilpotent Hessenberg 多様体と A 型 regular semisimple Hessenberg 多様体

(阿部拓氏，原田芽ぐみ氏，枡田幹也氏との共同研究)
regular semisimple Hessenberg 多様体のコホモロジー環の上には Weyl 群の作用を GKM の手法により構成することができ，A 型の場合，この作用が，グラフ理論における Stanley の chromatic symmetric function と綺麗な対応があるという結果が知られている．(2) で得られた A 型 regular nilpotent Hessenberg 多様体のコホモロジー環の明示的表示を用いて，A 型において，regular nilpotent Hessenberg 多様体のコホモロジー環が regular semisimple Hessenberg 多様体のコホモロジー環の対称群の作用による不変部分環と環同型であるという結果が得られた．

(4) Hessenberg 多様体と超平面配置

(阿部拓郎氏，枡田幹也氏，村井聡氏，佐藤敬志氏との共同研究)
任意の Lie type において，regular nilpotent Hessenberg 多様体のコホモロジー環が超平面配置の言葉を用いて記述できるという驚くべき結果が得られた．この結果から (3) で得られた結果が任意の Lie type でも成立することが分かり，Peterson の予言や Sommers-Tymoczko 予想も解決した．さらにこの結果は，超平面配置の観点から調べることにより，regular nilpotent Hessenberg 多様体のコホモロジー環の明示的表示を与える問題の解決への大きな一歩を与えている．実際，B, C, G 型 regular nilpotent Hessenberg 多様体のコホモロジー環の明示的表示を，A 型と同じようにして与えることができた．

(5) regular nilpotent Hessenberg 多様体のコホモロジー環

(榎園誠氏，長岡高広氏，土谷昭善氏との共同研究)
(4) で述べたように，超平面配置の観点から調べることにより，すべての Lie type における regular nilpotent Hessenberg 多様体のコホモロジー環の明示的表示を与えることができた．