大阪市立大学数学研究所　関 行宏

1　研究計画

<u>**A. 爆発解の分類**</u>. これまでの研究の続編として以下の非線形問題に対して **Type II の特異性を示す解**を構成し, 解の形状や爆発の速さ等の評価を含めて詳細な性質を調べると共に爆発解の分類を目指す :

- 藤田方程式 $u_t = \Delta u + |u|^{p-1}u, \quad (p > 1);$
- 球面に値をとる調和写像流方程式 $\partial_t F = \Delta F + |\nabla F|^2 F, \quad F(\cdot, t) : \mathbf{R}^d \to S^d;$
- Keller–Segel 系 $u_t = \Delta u - \nabla\cdot(u\nabla v)$, $0 = \Delta v + u - v$.

藤田方程式に対しては Matano ('07), Mizoguchi, ('11) の先行研究で残された未解決問題を解決した [1]. これより Sobolev 優臨界の場合に**球対称な爆発解の blow-up rate の分類**がひとまず完成したが, 関連して以下の問題を考察する:

- 一般球対称爆発解に対する特異点近傍における爆発形状の決定.
- 未解決となっている Joseph–Lundgren 臨界に対する一般球対称爆発解に対する blow-up rate の分類と特異点近傍における爆発形状の決定.
- これらの研究で得た技術をより広範な非線形問題に対して適用できるように一般化する.

最後の点については直近の問題として (技術的にはより複雑になることが予想されるが) 上記の方程式を始めとする非線形問題がある. これについては予備的研究で信頼に足る計算結果を得ており, いくつかの重要な未解決問題を解決ができると予想している. 特に調和写像流方程式に関しては論文 [3] の続編として執筆した論文 [10] は非線形解析に関する学術誌"*Nonlinearity*"に掲載受理され, 現在印刷中である. 今後はこれらの結果を基に一般球対称爆発解の分類に取り組む.

<u>**B. Stefan 問題への応用**</u>. 氷が融けて水になる過程は古くから研究されており, **Stefan 問題**と呼ばれている. 最も単純な場合として 3 次元ユークリッド空間において, 一つの氷の塊が水に囲まれている状況を考える. 水の温度変化は熱方程式に従い, 氷と水の境目部分 (界面) は時間の関数として表され, 刻々と変化する. 与えられた (固定の) 領域における境界値問題と異なり, 水の温度と共にその界面も求めるべき未知関数であるため, 一般にこのような問題を**自由境界値問題**と呼ぶ. Stefan 問題は解の存在・微分可能性の研究から数値解析的研究に至るまで様々な視点からの研究がなされてきた. これまで得た技術を応用し, Stefan 問題及び一般の自由境界値問題に対する研究発展に寄与したい.

<u>**C. 多重質量凝集の正当化**</u>. [4] では 2 次元 Keller–Segel (KS) 系に対する多重質量凝集解の構成に取り組み, 特異点近傍での漸近展開を持つ形式解を得た. この解の存在証明を試みる. この解の厳密な存在証明は利用できる対称性が少ないため, 大きな困難を伴う. [1,2,10] で開発した手法を発展させて行くことでこの目標を達成したい. やや扱い易い Sobolev 臨界指数を持つ藤田方程式は KS 系と類似の構造を持つ. [4] に相当する形式解の構成とその厳密化を確かめ, KS 系の解析に臨みたい.

以上