研究計画

1. テーマ

「リーマン面の正則族の正則切断の個数評価」を中心的な研究テーマとして取り組んでいく。

2. 問題の背景と意義

上記の研究テーマは，数論における Mordell 予想と関係するものである。この予想は,「有理数体上の代数方程式 $P(x,y)=0$ の有理数解は，方程式の定めるリーマン面の種数が 2 以上ならば，高々有限個である」ことを主張していて，Faltings によって肯定的に解決された。また，Fermat 予想とも密接に関連している。

私の研究対象は，代数方程式を有理関数体上の関数方程式 $P(x(t),y(t))=0$ に，有理数解を有理関数解 $(x(t),y(t))$ に変更したものである。関数体上の Mordell 予想は「この関数方程式の自明でない有理数解は，方程式の定めるリーマン面の種数が 2 以上ならば，高々有限個である」ことを主張するものである。この予想は Grauert と Manin により肯定的に解決されたが，そこで使用されたアイディアは数論の場合の道標になり，数論幾何のモデルにもなった。

上記予想の解決により，高々有限個であること（定性問題）は解決されたが，どれくらい存在するかの評価（定量問題）は未解決である。この定量問題についても関数体上で先に結果を出せば，その成果を数論の場合に応用できると期待されている。

3. 研究方法と特色

関数体上の Mordell 予想は，複素多様体の言葉で述べると「種数 2 以上のリーマン面の正則族の非自明な正則切断は高々有限個である」となる。よって，解の個数評価の問題は，正則切断の個数評価に翻訳でき，複素幾何の問題としてとらえることができる。

特に，リーマン面の正則族は，モデュライ空間とタイヒミュラー空間によって，具体的で精密な考察ができ，定量的な解析が可能になる。さらに「正則族や正則切断はモノドロミーのみで決定される（Imayoshi& Shiga の剛性定理）」ので，モノドロミーという位相的な情報のみを決定すれば，個数評価ができる。このモノドロミーの決定には，$2,3$ 次元双曲幾何やクライン群論が使える。

4. 具体的な研究計画

典型的な例を中心にしながら，次のようなことがらを具体的に調べる。

(1) りーマン面の正則族のモノドロミーの分類

(2) リーマン面の正則族のモノドロミーを決定する情報（測地線の長さなど）

(3) リーマン面の正則族のモノドロミーの個数評価

5. 関連する事柄

モノドロミーは写像類群の元に対応し，結び目や組紐とも密接な関連をもっている。この数ヶ月間は，C.T.McMullen の論文 ”From Dynamics on Surfaces To Rational points on Curves”を参考にしながら，この問題に取り組んできたが，その結果，リーマン面のモデュライ空間の幾何学的構造について調べる必要性を痛感している。解の個数評価についての直接的な研究と並行して，モデュライ空間の幾何学について複素解析的な方法による研究にも着手しようと考えている。