これまでの研究成果のまとめ

これまで導来圏とその間の equivalences について主に研究してきた．近年，それらは Lie theory において重要な役割を果たすことがわかってきている．ところで，それらを研究する上で最も重要であるのが Rickard の行った仕事である．すなわち，1989 年に Rickard は二つの加群圏の導来圏が同値になるための必要十分条件を与えた．その定理は Rickard の定理と呼ばれている．

$\mathrm{Mod}\,\Lambda$ と $\mathrm{Mod}\,\Gamma$ が森田同値であることと $\mathrm{Mod}\,\Lambda$ の progenerator P が存在して，$\mathrm{End}_\Lambda(P) \cong \Gamma$ となることが必要十分であることが知られている．一方，Rickard の定理によれば，二つの環 Λ と Γ が導来同値であるとは，Λ 上の tilting complex $T^{\cdot}$ が存在して，$\mathrm{End}_{\mathcal{K}(\mathrm{Mod}\,\Lambda)}(T^{\cdot}) \cong \Gamma$ となることである．したがって，Rickard は progenerators の概念を tilting complexes という概念に一般化した．

Rickard の定理は広く応用され，Broué の可換不足群予想の研究や自己入射多元環の分類において，導来同値を示すための主な手段となっている．二つの自己入射多元環が導来同値であれば，Rickard の定理よりそれらは安定同値となる．安定同値を示すことよりも導来同値を示すことのほうが簡単であることに注意しよう．また，Rickard の定理から，環の中心や Grothendieck group，多元環の Hochschild cohomology group，自己入射多元環の間の表現次元などは導来同値のもとで不変となることがわかる．

以上から，二つの導来圏が同値になる状況を研究することは興味深いと言える．

修士論文は Rickard の定理についての解説からはじめた．Rickard の論文そのものは読みにくいのではないかと思ったからである．導来圏に関する知識を使って，Rickard の定理の証明を再構築した．

修士論文の第二の目的は Rickard の定理を使った，導来圏の観点からみた tilting theory の見直しである．A を代数閉体上の有限次元多元環とする．T を A 上の tilting module とすると，A と $B = \mathrm{End}_A(T)$ はそれぞれの加群圏は同値ではないけれどもそれに近い関係にあることが知られている．特にそれぞれの Grothendieck groups が同型になることがわかる．それらは tilting theory において，重要な部分をなす．ここで，tilting modules は stalk complexes として，tilting complexes であることはほぼ自明であり，Rickard の定理から，tilting theory を導来圏の観点から見ることが可能となる．

逆に tilting stalk complexes が tilting modules を与えるかどうかという問題を調べてみると，これもまた成り立つことがわかった．