今後の研究計画

辻井 健修

Xを$\mathfrak{g}$の任意のnilpotent element，Λ_XをXのprimitive optimal cocharacterの集合とする．この時，任意の$\lambda \in \Lambda_X$に対して，

$$m(X,\lambda) = \min\{i \in \mathbb{Z} | X_i \neq 0\}$$

が一意に定まる．これを$m(X)(>0)$と書く．ただし，$X = \sum_{i\in\mathbb{Z}} X_i$, $X_i \in \mathfrak{g}(i;\lambda)$とする．$k = m(X)$とおく．Kempf-Rousseau理論の主定理の一つ，$\Lambda_X \neq \emptyset$の証明を見直す事により，$\Lambda_X = \Lambda_{X_k}$が証明できる．この事実より，標数がgoodであれば,

$$\Lambda'_X = \{\lambda \in \Lambda_X | X \in \mathfrak{g}(k;\lambda)\} \neq \emptyset$$

が成立している事が分かる．$\lambda \in \Lambda'_X$とすると，Premetの証明と同様の議論をすることにより，$G_X = C_G(\operatorname{Im}\lambda)_X \cdot R_u(P(\lambda))_X$がLevi分解となることが言える．もし，全てのdistinguished nilpotent element Xに対して，$m(X) \leq 2$が証明できたならば，Bala-Carterの定理の証明ができることまではすでに分かっている．この$m(X) \leq 2$が言えるかどうか，あるいは，$m(X)$の値によらずにBala-Carterの定理の証明ができるかどうかは，現在研究中である．

もう一つ関心のあることが，bad characteristicの時も，nilpotent orbitの数が有限であるという事実の証明の，簡略化である．この事実は，Richardson orbitやregular nilpotent orbitの存在証明など，いろいろな場面で利用される重要な問題である．good characteristicの場合，Richardsonによって簡潔な証明が与えられている．bad characteristicの場合は，Spaltensteinらによってnilpotent orbitの数が具体的に計算されているが，それは非常に高度なテクニックと手間が必要である（実は，bad characteristicの場合，Bala-Carterの定理が成立しないケースが出てくる）．nilpotent orbitの数を具体的に知る上では，この手法は理にかなっていると思われるが，有限であることを説明するために，それほど面倒な議論が必要であるのかという疑問が生じる．この疑問に対する解答を得ることは，大変有益であるといえる．しかし，現在の所それは知られていない．

私の今後の研究方針としては，代数群の表現論を土台とする立場は崩さない上で，様々な分野の考え方を吸収し，独自の分野を開拓することである．そして，機会が有れば，是非，このnilpotent orbitの数の有限性の問題に取り組みたいと考えている．