

研究計画

鎌田 直子

仮想結び目は結び目の拡張ですが、抽象結び目と対応していて、曲面上の絡み目の不変量の性質などを系統的に研究することに有効です。またそれはカンドルホモロジー理論においても有効であることが知られています。私は仮想結び目及び結び目不変量の研究をしてゆきたいと考えております。[3] を発表後、S. Carter、S. Kamada、M. Saito は論文 [Scott Carter, Seiichi Kamada and Masahico Saito, *Stable equivalence of knots on surfaces and virtual knot cobordisms*, J. Knot Theory Ramifications vol. 11 (2002), 311–320] で仮想結び目と曲面上の結び目との安定同値類との対応を述べ、G. Kuperberg が論文 [Greg Kuperberg, *What is a virtual link?*, Algebr. Geom. Topol., vol. 3 (2003), 587–591] で仮想結び目を曲面上のダイアグラムで実現するとき、その曲面の種数が最小となるようなダイアグラムは唯一定まることを示しました。この事実を用いて H. Dye、L. H. Kauffman は論文 [Heather Dye and Louis Kauffman, *Minimal surface representations of virtual knots and links*, Algebr. Geom. Topol., vol. 5 (2005), 509–535] において不変量を定義しました。しかし、一般にダイアグラムから導かれる代数的構造とそれに関する不変量（基本カンドル、基本バイカンドル、カンドルホモロジー不変量など）については仮想結び目群以外にはその幾何的な意味はまだ知られていません。このような仮想結び目の構造と不変量の幾何的な意味付けを与えその性質を調べたいと考えています。

代数的構造の不変量のみならず、多項式不変量の研究もしてゆきたいと考えています。J. Sawollek はプレプリント [Jörg Sawollek, *On Alexander-Conway polynomials for virtual knots and links*, (1999)] において F. Jaeger、L. H. Kauffman と H. Saleur が有向閉曲面上の結び目ダイアグラムに対して定義した不変量（論文 [François Jaeger, Louis Kauffman and Hubert Saleur, *The Conway polynomial in R^3 and in thickened surfaces*, A new determinant formulation, J. Combin. Theory Ser. B, vol. 61 (1994), 237–259] にて発表）を仮想結び目の不変量に拡張しました。これは JKSS 不変量と呼ばれています。T. Kishino と T. Satoh は論文 [Toshimasa Kishino and Shin Satoh, *A note on non-classical virtual knots*, J. Knot Theory Ramifications, vol. 13 (2004), 845–856] にて仮想交点が 1 つの仮想結び目の JKSS 不変量の性質を示しました。このようにある特性をもった仮想結び目の多項式不変量の性質を研究することは仮想結び目の分類に役立ちます。また、プレプリント [Yasuyuki Miyazawa, *Magnetic graphs and an invariant for virtual links*, (2005)] で Y. Miyazawa はジョーンズ多項式を拡張した新たな多項式不変量を定義しています。これらの不変量および不変量間の関連を調べ、新しい不変量を構築したいと思います。

仮想結び目の分類のために長仮想結び目 (long virtual knot) のテーブルを構成することを考えています。長仮想結び目ダイアグラムは平面に横断的にはめ込まれた端点の固定された有向開 1 次元多様体の 2 重点に正、負、および仮想の情報を与えたものです。プレプリント [Vladimir Turaev, *Knots and words*, (2005)] と [Vladimir Turaev *Topology of words*, (2005)] にて V. Turaev は「ナノワード」という概念を導入し、それを用いて長仮想結び目ダイアグラムを表現できることを発表しました。私はこのナノワードを用いて長仮想結び目のテーブルを作成したいと考えています。長仮想結び目のテーブルは仮想結び目のテーブルより複雑かつ膨大なものになります。データのリストアップ及び多項式不変量の計算にはコンピュータプログラムを作成する予定です。

いくつかの長仮想結び目の不変量は仮想結び目の不変量を拡張する形で定義されます。V. Manturov が論文 [Vassily Manturov, *Long virtual knots and their invariants*, J. Knot Theory Ramifications, vol. 13 (2004), 1029–1039] で長仮想結び目のカンドルを導入しました。D. S. Silver と S. G. Williams はプレプリント [Daniel Silver, Susan Williams, *Alexander groups of long virtual knots*, (2004)] にて代数的構造の不変量であるアレキサンダー群を長仮想結び目に定義しています。これらの不変量の性質を調べ、長仮想結び目の不変量を構成したいと考えています。

プレプリント [3] ではジョーンズ多項式に由来するスケインモジュールの研究を行いました。他の不変量に由来する仮想スケインモジュールに関する研究も行いたいと考えています。

これら仮想結び目の研究成果を従来の結び目の研究に反映させてゆきたいと考えています。