

これまでの研究成果のまとめ

佐藤 拓

[1] の論文はトーリック・ファノ多様体の分類に関する研究である。トーリック・ファノ多様体は、例えば、数理物理学のミラー対称性等とも関連があり、重要な多様体のクラスであるが、それ自体も極小モデル理論の観点から重要な多様体である。ここでは、4次元のトーリック・ファノ多様体を完全に分類し、丁度 124 個存在する事を示した。

[3] では、ファノ多様体に変形するような 3次元の非特異トーリック弱ファノ多様体、即ち 3次元非特異トーリック弱化ファノ多様体の分類を完成させた。弱ファノがファノに変形するような現象は非常に興味深いと思う。

Hirzebruch 曲面の位相型は、次数が偶か奇かで決まる事はよく知られている。更に、それぞれの類の中で、Hirzebruch 曲面は互いに変形しあう。[4] の論文では、この事実の一般化を目指した。結果として、コンパクトなトーリック多様体からなる変形族を構成して、Hirzebruch 曲面の場合と同様に、ある種のコンパクトなトーリック多様体が、ある法則に従って変形しあうという面白い現象を発見した。

[5] の論文では、任意次元のトーリック・ファノ多様体で、イメージが曲線となるような因子的収縮写像を持つようなものを分類した。

[6] では、アーベル曲面を [1] で分類した 124 個の 4次元非特異トーリック・ファノ多様体に埋め込めるかどうかを判定する問題を扱った。本論分では、埋め込みにある種のグラフを対応させて、そのグラフの連結性によって存在を判定した。この手法を適用して、124 個のうち 100 個余りについては存在するか否かを決定できた。

[7] の論文では、トーリック多様体の森理論に関する厳密な議論を展開し、応用として、トーリック多様体内の超曲面の特異点の極小モデルについて、幾つか結果を得た。トーリック多様体の場合には、極小モデルプログラムが完全に上手く機能する事がわかり、幅広い応用がある。付け加えると、[9] の論文では、[7] で扱われなかった相対的トーリック森理論の組み合わせ論的な記述を与えた。

[8] の論文では、正標数の世界独特の現象を扱った。この標数 p の世界では、通常は考えられないような面白い現象が起きる事がある。その現象の一つとして、wild hypersurface bundle がある。全体としては滑らかな多様体だが、低次元の多様体への写像があり、その各点の逆像が p 重の超平面になってしまうような多様体である。ここでは、トーリック多様体上に wild hypersurface bundle の例を多数構成した。

[10] では、3次元の非特異トーリック多様体から 3次元アフィン空間への射影的射であって、反標準因子がネフとなるようなものの分類を行った。そのような射は無数存在するが、分類表は比較的わかり易くなる。その理由の一つとして、Du Val 特異点との対応がある。

[11] では、coindex が 5 の 5次元の非特異トーリック・ファノ多様体の分類を行った。Coindex が 4 以下のファノ多様体の分類は一般によく知られている。Coindex が 5 のファノ多様体の分類については、一般には未解決であるが、6次元以上でピカル数が 2 以上、という条件を付ければ分類可である。よって、本論文によって、coindex 5 の非特異トーリック・ファノ多様体の分類が任意次元で完成したことになる。