研究計画

岩切雅英

結び目理論においてカンドルを用いた研究が多く行われています。結び目カンドルやカンドルコサイクル不変量を用いることで、曲面結び目の 3 重点数や 3 重点解消数、非可逆性などの性質や 1 次元結び目の鏡像との同値性などの性質が調べられてきています。私は、カンドルを用いて曲面絡み目などの研究を行う予定です。

論文リストの [7] において、曲面絡み目の w-index をカンドルコサイクル不変量を用いて研究しました。位数 p の 2 面体カンドルの 3 ーコサイクルを θ_p とおき、θ_p に関するカンドルコサイクル不変量を Φ_p とおきます。$\Phi_3(F)$ が非自明であるとき、F の w-index が 6 以上であることを示しました。2-ツイストスパン三葉結び目 T_2 は、$\Phi_3(T_2)$ が非自明であり T_2 の w-index が 6 なので、最良の評価であることがわかります。同様に $p \neq 3$ で $\Phi_p(F)$ が非自明であるとき、F の w-index は少なくともいくつであるかということを決定したいと思います。4 面体カンドルなどの他のカンドルについても同様の議論を行うつもりです。

いままでの曲面絡み目の性質を調べるときに、主に 2 面体カンドルがよく使われています。一部のアレクサンダーカンドルに関しては、T. Mochizuki により、3 ーコサイクルの構成法が与えられていますが、一般に 3 ーコサイクルを求めることは難しいです。2 面体カンドルの拡張として、バーンサイドケイ（ケイとはある特別な性質を持つカンドル)、バーンサイド群のコアカンドルが考えられます。まずこれらのカンドルの 3 ーコサイクルを求めたいと思います。このことは、いろいろな曲面絡み目の性質を調べるのに役に立つと思われます。

特異曲面結び目に対してもカンドルコサイクル不変量を定義して、その性質を調べようとおもいます。特異曲面結び目とは、横断的な 2 重点を持つことを許した曲面絡み目のことでです。曲面結び目に対しては、1 次元結び目のライデマイスター変形と同様に、ローズマン変形というものが知られています。特異曲面結び目に対しては、ローズマン変形のようなものは知られていません。このことから、ダイアグラムを直接使ってカンドルコサイクル不変量を定義することは、難しいと思われます。研究の取り掛かりとして、特異曲面結び目を考える前に、特異曲面ブレイドに対してカンドルコサイクル不変量を考えたいと思います。I. Hasegawa の博士論文において、チャート表示を用いた曲面ブレイドのステイト和不変量について研究されています。また、カンドルコサイクル不変量もそこでの方法で定義でき、曲面結び目のカンドルコサイクル不変量が再構築できます。そこで用いられた方法は、特異曲面ブレイドに対しても適用でき、特異曲面ブレイドの不変量であることがわかります。ただし、このようにして得られた不変量は、特異曲面結び目の不変量であるかどうかはまだわかっていません。まずは、このカンドルコサイクル不変量を用いて、曲面結び目のときと同様に特異曲面ブレイドの性質を研究できるのかについて考えたいと思います。

論文リストの [5] において、特異曲面ブレイドの crossing change が結び目解消操作であること示しました。従って、crossing change に対しても、結び目解消数や 3 重点解消数を考えることができます。それらの数が、カンドルの彩色数やカンドルコサイクル不変量を使うことで、下から評価できるのか調べたいと思います。

カンドルはある 3 つの公理をみたす演算を持ちます。それらの公理は、それぞれ 1 次元結び目の 3 つのライデマイスター変形に対応しています。そのことで、ダイアグラムの情報から結び目カンドルを構成することができます。ライデマイスター変形と同様な変形が、空間グラフの場合は 6 つ (頂点の周りの辺の順番を変えないときは 5 つ) の変形が必要です。ここで、それぞれの変形に対応する 6 つ (5 つ) の公理系を持つ、カンドルのような代数系を考えます。そして、ダイアグラムの情報から空間グラフの結び目カンドルのようなものを定義する予定です。また、コサイクル不変量をうまく定義できるか考えたいと思います。