

研究成果

岩切雅英

私は曲面絡み目について、カンドルコサイクル不変量および曲面ブレイドを用いて研究をしています。曲面絡み目とは、4次元ユークリッド空間内に局所平坦に埋め込まれた閉曲面のことです。J. S. Carter, D. Jelsovsky, S. Kamada, L. Langford, M. Saito らによりカンドルホモロジー理論は開発され、その3 - コサイクルを用いて定義された曲面絡み目の不変量をカンドルコサイクル不変量といます。カンドルホモロジー理論は、R. Fenn, C. Rourke, B. Sanderson らにより定義されたラックホモロジー理論を部分的に変更することでも得ることができます。曲面ブレイドは、O. Viro により定義されました。4次元空間において、古典次元におけるアレクサンダーの定理やマルコフの定理と同様な定理が知られており、曲面ブレイドは曲面絡み目と深く関係しています。以下、これまでの私の研究について述べます。文中の番号は、論文リストの番号と一致します。

1. 3重点解消数. 曲面結び目上の1 - ハンドル手術は、3重点解消操作および結び目解消操作であることが F. Hosokawa と A. Kawauchi により知られています。このことから、3重点解消数が定義できます。私は、[3]において、カンドルコサイクル不変量を利用して3重点解消数を下から評価する方法を見つけました。任意の自然数に対して、その数を3重点解消数に持つ曲面結び目が存在することもわかりました。

2. w -index. 曲面結び目 F の w -index とは、 F と同値な閉じた曲面ブレイドの w -index の3重点数の最小数です。I. Hasegawa により、すべての連結成分が球面からなる曲面絡み目で、 w -index が6であるものの存在が知られていました。最近、カンドルコサイクル不変量を用いて、曲面結び目 F の w -index を下から評価する方法を見つけました ([7])。 l 個の任意の0以上の整数 g_1, \dots, g_l に対して、連結成分の種数が g_1, \dots, g_l で、 w -index が6である l 成分曲面絡み目の存在を、カンドルコサイクル不変量を用いて示しました。

3. カンドルコサイクル不変量の計算. 1次元絡み目 L に対しても、カンドル3 - コサイクルを用いた不変量が定義できます。1次元絡み目 L のツイストスパン結び目のカンドルコサイクル不変量は、 L 自身の不変量を用いて計算できます。一般に L の不変量を求めるには、 L のダイアグラムにおける2重点の符号の情報が必要で、計算が難しいです。私は、位数が奇素数 p の2面体カンドルの3 - コサイクル θ_p に関する L の不変量は、各2重点の符号の情報に注意を払うことなしに計算できることを発見し、その事実を使ってツイストスパン2橋結び目のカンドルコサイクル不変量を計算しました ([2])。

[4]において、ツイストスパンプレツェル絡み目のカンドルコサイクル不変量を計算しました。この場合、トラス結び目や2橋結び目の場合と違って、本質的に $\mathbb{Z}/p^2\mathbb{Z}$ 上で計算を行う必要があります。とくに、この内容で私は学位を取得しました。

また、[5]において、ツイストスパントラス絡み目のカンドルコサイクル不変量を計算しました。S. Asami と S. Satoh のツイストスパントラス結び目に関する結果を拡張した結果になっています。

4. 特異曲面ブレイドの crossing change. 横断的な2重点を持つことを許した曲面ブレイドのことを特異曲面ブレイドといます。特異曲面ブレイドの crossing change とは、特異曲面ブレイド上の隣り合うシートをつなぐコードに添って、正と負の横断的な2重点の組を挿入することです。[6]では、crossing change が結び目解消操作であることを示しました。同様な局所変形が曲面結び目の結び目解消操作であることは、C. A. Giller により示されています。私の結果を利用するとその Giller の定理も示すことが出来ます。

5. 特異曲面ブレイドの有限型不変量. [1]では、S. Kamada により定義された、曲面結び目の1 - ハンドル手術に関する有限型不変量と同様に、特異曲面ブレイド上の1 - ハンドル手術に関する有限型不変量を考えました。その有限型不変量は、2重点数、オイラー標数、法オイラー数だけで決まることがわかります。また、crossing change に関する有限型不変量も定義して、その不変量が、2重点数、各成分のシート数、オイラー標数、法オイラー数だけで決まることを示しました ([6])。