福田香保理

これまでの研究成果のまとめ

1980 年代に Wolfram 等が最も基本的なセルオートマトンを提案し，セルオートマトンにおいてソリトン的な解が存在することを指摘していた．日本においては 1990 年，高橋氏，薩摩氏がソリトンセルオートマトンと呼ばれるものを提案した．これは無限遠方で 0 という境界条件のもとで，全てのパターンがソリトン的になるという著しい性質をもっている．このセルオートマトンを，箱の中を動く玉の力学系として実現，拡張したのが箱玉系と呼ばれるものである．国場氏，高木氏，時弘氏らは主に物理方面から，ソリトン方程式や，可解格子模型などの関連で，箱玉系を研究してきた．近年，結晶基底の関連から表現論的な立場での研究が進められるようになり，数学の分野でも箱玉系は注目を集め始めた．その中で，私はタブロウを用いた組合せ論的記述に焦点をあてて，研究を続けてきた．以下に私の研究の成果を箇条書きにまとめる．

1 異なる２つの箱玉発展則の同値性の証明【修士論文】
1999 年，高橋氏，薩摩氏の箱玉系と結晶基底の関連が明らかにされようとする時期に，由来の異なる２つのアルゴリズムの同値性が問題になっていた．この同値性について，私は，超離散ソリトン方程式や結晶基底の理論等に依存しない，純粋に組合せ論的な方法による self-contained な証明を与えた．

2 クヌース同値性を用いた箱玉保存量の構成【修士論文】
同じく 1999 年，私は上記 1 の同値性に基づき，箱玉系の時間発展がクヌース同値性を保つことを主張した．箱玉系の各時刻の状態から，バンピングによって得られるタブロウ (P タブロウ) を構成し，それが時間発展において保存することを示した．

3 箱玉系とクリスタル基底の関連付け【論文 [1]】
上記と同じ頃，結晶基底と箱玉系との関連が私を含め日本のいくつかのグループ (Hikami 他，Hatayama 他) により，ほぼ同時に発見されたが，これをきっかけとして，私は尾角正人氏，山田泰彦氏との共同研究を始めた．我々は，特に散乱の位相差とエネルギー関数の関係を明らかにした．

4 箱玉 Q タブロウの発展則の記述【論文 [2]】
その後，私は上記 2 のアイディアを発展させ，箱玉系の個々の状態を，ロビンソン・シェンステッド (RS) 対応のアルゴリズムによってタブロウの組 (P,Q) に翻訳したとき，その対応の下で P タブロウが箱玉系の保存量を与えること，また時間発展のアルゴリズムは，Q タブロウのみの言葉で組合せ論的に非常に簡明に記述できることを示した．証明のための技術的な問題から，スタンダード箱玉系と呼ぶ場合に限って議論したが，本質的な証明は，この場合に尽きている．Q タブロウでの発展則は，元々の時間発展と同程度にシンプルなアルゴリズム (上記 1 で述べた発展則の片方と同等なアルゴリズム) での記述が可能であり，自由度が有限である分，効率的な計算が出来る．それ故，この視点から Q タブロウの時間発展則を解析することは大変に意義深く，今後の重要な研究課題のひとつである．

5 RSK 対応に基づいた箱玉系の拡張【論文 [2]】
私は上記 4 の自然な一般化として，箱玉系の状態をタブロウの組 (P,Q) に対応させるアルゴリズムを RS 対応からロビンソン・シェンステッド・クヌース (RSK) 対応に一般化し，箱玉系の状態をタブロウの組 (P,Q) に翻訳し，箱玉系の自由度である「玉の種類」及び「箱の容量」を増やした場合にも自然に応用できることを示した．これにより，スタンダード箱玉系に対して示した主張を，そのまま一般の場合に適用することが可能になった．しかしながら，この視点からのアプローチによる，A型以外のアフィン・リー環に付随する箱玉系の拡張に関しては，未解決である．