研究計画

鎌田　直子

仮想結び目は結び目の拡張であるが, 抽象結び目と対応していて, 曲面上の絡み目の不変量の性質などを系統的に研究することに有効である. またカンドルホモロジー理論でも有効であることが知られている. 私は仮想結び目についての研究を進めたいと思っている.

結び目理論において, 結び目の分類表（結び目テーブル）を作成することは大きなテーマである. 結び目テーブルの作成は多数の研究者によってなされている. 仮想結び目のテーブルについてはT. Kishino によって実交点と仮想交点の合計が6 交点の仮想結び目までが分類されている. 仮想結び目はガウスコードと1 対1 の対応があり, その観点では仮想交点は意味をなさない. その場合は、仮想交点を含まない実交点数によって仮想結び目を分類することが自然であると思われる. 私は, 実交点数による仮想結び目の分類表を作成したいと思っている. その方法はガウスコードを利用し, 仮想結び目とそのジョーンズ多項式及び JKSS 不変量のテーブルを作成する. 具体的には仮想結び目ダイアグラムを表すガウスコードのリストを作成し, おのおののダイアグラムに対し不変量を計算するコンピュータプログラムを作る.

結び目の分類に際して不変量の特徴付けは重要である. 古典的結び目理論についてはいろいろな種類の結び目の不変量の特徴付けが研究されており, 結び目の分類に役立っている. 仮想結び目は結び目の拡張であるが, 多くの点で古典的結び目と異なる特徴を持ち, これまでの結び目理論の手法とは異なったアプローチが必要である. 例えば, ジョーンズ多項式は仮想結び目と古典的結び目では異なる性質を持つ. しかし, 論文 [4] で示したように チェーッカーボード彩色可能なダイアグラムで表現される仮想結び目のジョーンズ多項式は古典的結び目のジョーンズ多項式と同様な性質を持つことがわかり, 仮想結び目の分類に有効である. ジョーンズ多項式, JKSS 不変量などの不変量の仮想結び目の性質に対応した特徴を調べる. ジョーンズ多項式が自明である古典的結び目は自明な結び目以外に知られていない. 仮想結び目ではそのような結び目が多く存在する. 分類表の作成と不変量の特徴付けの研究においては, ジョーンズ多項式が自明である古典的結び目の探究も行うつもりである.

スケイントリプルと呼ばれる絡み目の3つ組みに関する不変量の間の関係式は一般にスケイン関係式と呼ばれ, さまざまな不変量についてそれが発見されている. そのような関係式は不変量の計算に有効であると同時に, その不変量の性質を知る上でも重要である. 論文 [5], [6] では, 仮想結び目理論のジョーンズ多項式において新たにスケイン関係式を紹介したが, これは不変量の性質を知る上で有効な手段となりうる. ジョーンズ多項式のみならず, JKSS 不変量の新たな関係式を調べようと思う. そして, このスケイン関係式を利用した結び目の分解樹の研究をおこなう.

仮想結び目ダイアグラムは曲面上の結び目ダイアグラムとみなすことができる. T. Kadokami はこの視点から仮想結び目の実交点の上下を頂点と考えた射影仮想結び目ダイアグラムの研究をおこなっている. 仮想結び目を埋め込むことのできる有向閉曲面を考えたとき, その最小の種数は仮想結び目の不変量である. 私はこの種数に関する研究も行いたい.