研究計画

これまでの研究は主に Euler 系の応用であったが, 今までの研究をふまえ, p 進 L 関数の導関数と Euler 系との関係について研究したい. 手始めとして Kubota-Leopoldt の p 進 L 関数の零点の挙動について調べることから始めようと思っている. Ferrero-Greenberg は Kubota-Leopoldt の p 進 L 関数 $L_p(s,\chi)$ が $s=0$ で高々一位の零点しか持たないことを $s=0$ での微分係数 $L'_p(0,\chi)$ が 0 にならないことから示している. 論文にあるように, その手法は $L'_p(0,\chi)$ を p 進 Γ 関数 (森田先生による) で表示し, それを調べることで証明を与えている. 一方 Gross-Koblitz は, Gauss 和が局所体内でこの p 進 Γ 関数によって表示されることを示している. 研究業績において触れたとおり, Gauss 和の局所体での性質は類群のプラスパートに関係することなどから, 以前から興味を持って研究していたことの一つである. Gross-Koblitz の結果は, この Gauss 和の局所体での性質が p 進 Γ 関数から得られると主張している. 私は, この p 進 Γ 関数を詳しく調べ, Ferrero-Greenberg の結果を精密化したいと思っている. p 進 L 関数の零点の挙動はあまり知られていないことから, この問題は重要であると考える. これらの研究の応用として, 古くから知られる類群の鏡映定理の精密化ができるのではないかと考えている. ここで述べている鏡映定理とは類群のプラスパートとマイナスパートの差を述べているものである. Ferrero-Greenberg の結果の精密化により, その差の部分を厳密に表示したい. また, p 進 Γ 関数により Gauss 和の局所的な性質を見ることで, 類群のプラスパートの類体の塔における挙動を調べ, Greenberg 予想 (総実代数体の岩澤不変量に関する予想) といった岩澤理論に従来から存在する問題にもアプローチしていきたいと考えている.

また, Euler 系が高次の Alexander 多項式や Jones 多項式の類似ととらえられることから, これらの研究と結び目理論との関係を研究することも目標としたい. Alexander 多項式や Jones 多項式が結び目の不変量として定義されるように, 岩澤多項式も代数体の類群の不変量としてとらえられる. それは, Vandiver 予想や Greenberg 予想といった岩澤理論の古くからの予想と直接結びつき, 非常に重要な多項式である. 結び目が与えられた時, Alexander 多項式や Jones 多項式が具体的に計算できるように, 岩澤多項式も体を与えれば理論上は計算可能である. Euler 系から得られる高次の岩澤多項式は, さらに多くの情報をもたらす為, 結び目理論における高次の Alexander 多項式や Jones 多項式をその類似として定義することで, 新しい不変量を定義できるのではないかと考えている.