

研究業績概要 岩澤理論に現れる岩澤多項式は p 進 L 関数を構成し, 岩澤主予想 (Mazur-Wiles の定理) を經由することにより, イデアル類群と関係がつかなど非常に重要な多項式である. この岩澤多項式は, 結び目理論に現れる従来から研究されてきた Alexander 多項式の類似とも思え, この類似から最近では岩澤理論を結び目理論からとらえるといった研究もされてきつつある. 私のこれまで行ってきた研究は, p 進表現 $T = \mathbb{Z}_p(1)$ と \mathbb{Q} 上のアーベル体の族に対する Euler 系の岩澤理論への応用についてである. それは具体的に述べると, 円単数や Gauss 和や Stickelberger 元などがそれぞれ成す Euler 系を用いた応用である. Euler 系は Kolyvagin により導入されてから十数年という比較的新しい概念であり, Selmer 群の位数をおさえることに使えると認識されている以外, その応用に関してあまり知られていないと考え, その点に重点を置いて研究を行ってきた. Stickelberger 元や円単数が岩澤多項式を構成することを考えると, Euler 系は高次の岩澤多項式の研究ととらえることができる. 以下に主論文の概要を述べる.

論文: The Iwasawa Main Conjecture and Gauss Sums では, 代数体の岩澤主予想に対し, Gauss 和の Euler 系を用いた証明を与えた. この予想は 1960 年代前半に岩澤健吉氏により提示されたものであり, イデアル類群から決まる代数的なもの, ゼータ関数の p 進的性質から得られる p 進解析的なものとの関係を述べているものである. この予想に対する証明は, Mazur-Wiles による保型形式を用いたものと, Rubin による円単数の Euler 系を用いたものが存在していた. この論文では類群のマイナスパートの位数を Gauss 和の Euler 系を用いて押さえることにより, さらに直接的な証明を与えている. 論文: Local units and Gauss sums では, 岩澤理論に現れる類群のプラスパートと関係した, ある加群の構造を Gauss 和の局所体での性質を用いて記述している. Gauss 和は大域体上では類群のマイナスパートと密接な関係があるが, その局所的な性質はプラスパートの方と関係がある. ここで扱われているプラスパートに関係する加群は類群そのものではないが, そのランクは類群のプラスパートと等しくなる. この論文では, この加群の構造を Gauss 和の Euler 系を用いて記述している. また, この結果は Vandiver 予想の同値条件を Gauss 和 (ヤコビ和) の局所的性質を用いて与えた岩澤健吉氏の結果, 及びそれをさらに発展させた市村文男氏/八森祥隆氏の結果の精密化にもなっている. 論文: Notes on the structure of the ideal class groups of abelian number fields では, 円単数/Gauss 和の Euler 系に現れる higher annihilator の具体的表示を求め, イデアル類群の実例計算に応用している. 類群のマイナスパートに関しては, 従来から Stickelberger 元が良い annihilator として存在していることが知られている. プラスパートの良い annihilator は Thaine によって円単数を用いて構成された. さらに Euler 系を考えることで現れる (有限個の素点を除いた部分を消すような) 細かい annihilator (higher annihilator) を用いることで類群の位数のみではなく, その構造を決定することが出来る. ここでは, この annihilator の族を計算し易い形に formulation し直し, 実際に計算例を与えている. また, 最近ではこの結果を計算速度を考慮して改良したアルゴリズム (福田隆氏との共著) も得られている.