今後の研究計画

今後の数学研究については、これまで私が研究してきた一般コホモロジーの分野の研究を続けることはもちろん、最近研究を始めたトーリック幾何、あるいは変換群の分野など、より広い視野で代数的トポロジーの研究を進めていきたいと考えている。

一般コホモロジーの分野では、これまでの研究を進めて、レンズ空間の K 局所型を明らかにしたいと考えている。これまで擬 KO 型については、mod 奇数, 2, 4, 8 と加重 mod 4 レンズ空間が明らかになっているが、より精密な K 局所型については mod 素数のケースしか知られていない。mod 4, 8, 奇素数の２乗, 加重 mod 4 レンズ空間等の K 局所型についても調べる価値があると思われる。またこの結果は未解決問題の１つである stunted レンズ空間の安定ホモトピー型の周期性問題に部分的に応用できる可能性もある。これまでに知られている結果から予想されることは、二つの stunted レンズ空間の安定ホモトピー型が同型となる必要十分条件は、それらの K 局所型が同型となることである。また空間を個別に調べるのではなく、ある種の空間のグループ（例えばトーリック多様体）について、その擬 KO 型を統括的に調べる手法の研究を目論んでいる。特に一般のトーリック多様体について、その KO 群を与えられた扇から具体的に計算するアルゴリズムは知られておらず、今後研究したいテーマの一つである。このテーマでは、後述するトーリック幾何の分野の研究も融合されるだろう。

トーリック幾何の分野では、枡田－服部や Davis-Januszukiewicz によるトーラス多様体あるいはトーラス軌道体について研究を続けていく予定である。代数幾何におけるトーリック多様体は扇と呼ばれる組み合わせ論の対象で完全に分類され、その幾何的性質が対応する扇の性質で言い換えられることが知られている。トーリック多様体をトポロジー的に拡張した“トーラス多様体”についても、扇を拡張した“多重扇”を構成することができるが、この対応は１対１ではなく、同じ多重扇を対応するトーラス多様体がどれだけ存在し、どのような情報で分類されるかは十分知られていない。今後は、多重扇とトーラス多様体の性質を明らかにし、これらの対応、特にトーラス多様体の分類を目標にしている。この分野は、トポロジーだけでなく、組み合わせ論の分野でも世界中で盛んに研究されており、X線、GKM グラフ、凸鎖、一次独立な彩色・・・など様々な新しい概念が提唱されてトポロジーと結びついており、それらの関連を明らかにしていきたいと考えている。なお既に私が研究を進めているテーマに、凸鎖と多重多面体の関係や、Small Cover と多面体の彩色理論の関連性などがある。