

(2) これまでの研究成果のまとめ

1. “Seifert complex for links and 2-variable Alexander matrices” :

D. Cooper は link の各成分に Seifert 曲面を張った和集合を考察した. 成分同士の交わりは許されていて、さらにその交わりは clasp singularity に制限することができる. 彼はこれを C-複体と定義し、特に 2 成分の C-複体を研究した. 我々は彼の手法を確認し、2 成分 link の Alexander matrix の特徴付けを与えた. この結果を用いて、2 成分 link の Torres の公式や、Bailey-中西による、2 成分で linking number が 0 である link の Alexander polynomial の特徴付けの別証明を与えた.

2. “Proper link, algebraically split link and Arf invariant” (安原晃氏との共著) :

我々は代数的分離絡み目に対して R-複体を用いて新しい Arf 不変量を定義した. 私はこの不変量が well-defined であることを示すのに寄与した. 通常の、proper link に対して定義される Arf 不変量は絡み目そのものの不変量である. またこの不変量は境界絡み目に対して加法性を持つが、代数的分離絡み目に対しては必ずしも加法性を持たない. 一方、代数的分離絡み目とその R-複体に対して定義される新しい Arf 不変量は R-複体とその成分である面の対の不変量である. この不変量は代数的分離絡み目に対して加法性を持つ.

3. “Component-isotopy of Seifert complexes” :

D. Cooper は 2 成分の C-複体の基本変形を示した. 私はこれを n 成分の場合に拡張した. この際、新しい変形が出てきて、この変形が除くことができない変形であることをポロミアン環の 2 つの C-複体を例として示した. knot の特異 Seifert 曲面に対しても基本変形があることを同様に示した.

4. “Detecting non-triviality of virtual links” :

仮想絡み目の曲面上の実現化における曲面の最小種数を *supporting genus* といい、これを用いて仮想絡み目の非自明性の判定法を考察した. 仮想絡み目において実交点の上下を無視することにより射影仮想絡み目が得られる. 主定理は射影仮想絡み目の *supporting genus* を求めるアルゴリズムを示したことである. これを用いて、非自明かどうか懸案だったある仮想絡み目の *supporting genus* が 2 であることを示した. (つまり非自明である.) 2 次元双曲幾何学との関連も示唆した. 別論文で、射影仮想絡み目の連結和と不変量に及ぼす影響について調べている.

5. “On the additivity of 3-dimensional clasp numbers” :

K を 3 次元球面内の knot とする. K の *clasp number* とは K の張る clasp disk の clasp の数の最小値をいう. 「 K_1, K_2 を knot とする. このとき $c(K_1 \# K_2) = c(K_1) + c(K_2)$ か?」という問題を考察した. これまで $c(K_1 \# K_2) \leq 3$ のとき肯定的であることが示されていた. 今回 $c(K_1 \# K_2) \leq 5$ のとき肯定的であることがわかった. 別論文で、10 交点以下の prime knot の *clasp number* の表を作成した.

6. “Reidemeister torsion of homology lens spaces” :

V. Turaev はコンパクト 3 次元多様体の Reidemeister torsion を計算する方法を与えた. 特に、homology lens space に関しては、homology 3-sphere 内の knot K の Alexander 多項式と surgery 係数 p/q を指定すれば求められる. この結果を用いて、 K が (1) torus knot と同じ Alexander 多項式を持つ場合、(2) 次数 2 の Alexander 多項式を持つ場合、(3) $(-2, m, n)$ -pretzel knot と同じ多項式を持つ場合 (山田裕一氏との共同研究)、lens space と同じ Reidemeister torsion を持つかどうかを調べた. (1) は必要十分条件、(2) は K の Alexander 多項式が $t^2 - t + 1$ に定まることを示した. さらに次数 $2g$ の Alexander 多項式の場合に拡張している. (3) は $(-2, 3, 7)$ -pretzel knot の特殊性を明らかにした. また、Seifert surgery や 2 成分 link に対しても同様なことができる. この研究の数論的手法から、数論研究者と岩沢多項式との関連を研究している.