

これまでの研究成果のまとめ

1. 複素 2 次元空間内の line configuration の研究

\mathbf{R}^2 内に直線 \mathbf{R} の集まり $l = l_1 \cup l_2 \cup \dots \cup l_\mu$ が与えられているとき、それらを複素化すると \mathbf{C}^2 内の \mathbf{C} の集まり $L = L_1 \cup L_2 \cup \dots \cup L_\mu$ が得られる。これを \mathbf{C}^2 内の real line configuration とよぶ。さらに \mathbf{C}^2 の無限遠点に実 2 次元球面 S^2 をはり compact 化すると、 \mathbf{CP}^2 内の \mathbf{CP}^1 の集まり $\mathcal{L} = \mathcal{L}_1 \cup \mathcal{L}_2 \cup \dots \cup \mathcal{L}_\mu$ が得られる。これを \mathbf{CP}^2 内の real line configuration とよぶ。これらは代数幾何学の対象であるが、その位相的な性質に関する研究を行った。

先ず \mathbf{CP}^2 内の real line configuration \mathcal{L} に関する研究を述べる。 \mathbf{CP}^2 の \mathcal{L} で分岐する abelian covering の first betti number に関し、次の結果を得た。

(1) first betti number の評価をした。

(2) abelian covering の first betti number を用いて、central line configuration または general position line configuration の特徴付けを行った。

(3) $\mu \leq 7$ のとき、abelian covering の first betti number を決定した。

次に \mathbf{C}^2 内の line configuration L に関する研究を述べる。 L に対し、同じ群をもつ ribbon surface-link を構成する方法を与えた。また、 L が central line configuration か general position line configuration であるとき、得られた link は最小の genus をもつことを示した。

2. 3 次元球面内の link の研究

S^3 内の互いに交わらない S^1 の集まり、 $L = K_1 \cup K_2 \cup \dots \cup K_\mu$ を link とよぶ。特に $\mu = 1$ のとき、knot とよぶ。

先ず 2 成分 link の研究を述べる。 $L = K_1 \cup K_2$ の $\mathbf{Z}_2 \oplus \mathbf{Z}_2$ branched covering の first homology group をより小さい 3 つの cyclic branched covering の first homology group で表した。

次に link のテーブル作成に関する研究を述べる。河内先生は link 全体の集合に canonical な well-order を定め、さらにそれを用いて 3 次元多様体を列挙するプロジェクトを提出した。実際に最初の 28 個の link と、26 個の多様体を列挙している。私は河内先生と共同研究を行い、link のテーブルを拡張した。そして最初の 443 個の link を列挙するとともに、Conway のテーブルのミスを発見した。