研究成果

堤　康嘉

Casson 不変量 λ は、1985 年に A. Casson により定義され、対象となる 3 次元多様体は、向きづけられた整係数ホモロジー 3 次元球面で、整数に値をとる位相不変量である。結び目で分岐する 3 次元球面の巡回被覆空間の Casson 不変量を計算するのは困難であり研究対象になっている。論文 [1] では、あるサテライト結び目で分岐する 3 次元球面の巡回被覆空間の Casson 不変量を計算している。 次のようなサテライト結び目を考えている。V を 3 次元球面内のスタンダードなソリッド トーラスとして、(p,2)-トーラス結び目 K(p,2) を V のメリディアン ディスク D と K(p,2) が 2 回交わり、ワインディング数が 0 、メリディアン ディスク D に沿って切って出来た 2-ストリング　タングルは Conway のタングルになるように V に埋め込みます。C を 2 橋結び目とするとき、(V, K(p,2)) をパターンとし、2 橋結び目 C をコンパニオンに持つサテライト結び目 K(p, C) を構成する。そして、その構成したサテライト結び目 K(p, C) で分岐する r-重 巡回被覆空間 M(r; p, C) の Casson 不変量の式を J. Hoste の公式を用いて与えている。このサテライト結び目で分岐する巡回被覆空間 M(r; p, C) の Casson 不変量求めた式から正確な数値を求めることができ、構成したサテライト結び目 K(p, C) で分岐する巡回被覆空間 M(r; p, C) の Casson 不変量 λ (M(r; p, C)) が 0 にならないということが、得られた式から分かる。

K. Walker は Casson 不変量を有理係数ホモロジー 3 次元球面に拡張した不変量を定義し、C. Lescop は、Casson-Walker 不変量を閉 3 次元多様体に拡張した不変量を定義した。Casson　不変量と同様に、結び目で分岐する巡回被覆空間の Casson-Walker-Lescop 不変量の計算をするのは困難である。論文 [2] では、2 橋結び目で分岐する巡回被覆空間の Casson-Walker-Lescop 不変量を、C. Lescop が与えた公式を用いて計算をして、2 橋結び目で分岐する巡回被覆空間の Casson-Walker-Lescop 不変量の公式を与えている。