

研究成果

1. “Seifert complex for links and 2-variable Alexander matrices” :

D. Cooper は link の各成分に Seifert 曲面を張った和集合を考察した. 成分同士の交わりは許されていて、さらにその交わりは clasp singularity に制限することができる. 彼はこれを C-複体と定義し、特に 2 成分の C-複体を研究した. 我々は彼の手法を確認し、2 成分 link の Alexander matrix の特徴付けを与えた. この結果を用いて、2 成分 link の Torres の公式や、Bailey-中西による、2 成分で linking number が 0 である link の Alexander polynomial の特徴付けの別証明を与えた.

2. “Proper link, algebraically split link and Arf invariant” (安原晃氏との共著):

我々は代数的分離絡み目に対して R-複体を用いて新しい Arf 不変量を定義した. 私はこの不変量が well-defined であることを示すのに寄与した. 通常の、proper link に対して定義される Arf 不変量は絡み目そのものの不変量である. またこの不変量は境界絡み目に対して加法性を持つが、代数的分離絡み目に対しては必ずしも加法性を持たない. 一方、代数的分離絡み目とその R-複体に対して定義される新しい Arf 不変量は R-複体とその成分である面の対の不変量である. この不変量は代数的分離絡み目に対して加法性を持つ.

3. “Component-isotopy of Seifert complexes” :

D. Cooper は 2 成分の C-複体の基本変形を示した. 私はこれを n 成分の場合に拡張した. この際、新しい変形が出てきて、この変形が除くことができない変形であることをポロミアン環の 2 つの C-複体を例として示した. knot の特異 Seifert 曲面に対しても基本変形があることを同様に示した.

4. “On the additivity of 3-dimensional clasp numbers” :

K を 3 次元球面内の knot とする. K の clasp number とは K の張る clasp disk の clasp の数の最小値をいう. 「 K_1, K_2 を knot とする. このとき $c(K_1 \# K_2) = c(K_1) + c(K_2)$ か?」という問題を考察した. これまで $c(K_1 \# K_2) \leq 3$ のとき肯定的であることが示されていた. 今回 $c(K_1 \# K_2) \leq 5$ のとき肯定的であることがわかった. 別論文で、10 交点以下の prime knot の clasp number の表を作成した.

5. “Detecting non-triviality of virtual links” :

virtual link の曲面上の実現化 *surface realization* における曲面の最小種数を *supporting genus* といい、これを用いて virtual link の非自明性の判定法を考察した. virtual link において実交点の上下を無視することにより *flat virtual link* (論文中では *projected virtual link*) が得られる. 主定理は、flat virtual link は *reduced diagram* を持つことを示し、2 つの reduced diagram は Reidemeister III-move の有限列で移り合うことを示した. これにより、flat virtual link の supporting genus は reduced diagram で実現することがわかり、任意の diagram から reduced diagram に持って行く algorithm も容易にわかることから、Kishono’s knot の supporting genus が 2 であることを、geometric に示した. (つまり非自明である.) 2 次元双曲幾何学との関連も示唆した.

6. “A classification of closed 2-string virtual braids” :

closed 2-string virtual braids の完全な分類を与えた.

7. “Connected sum and prime decomposition of virtual links” :

virtual link の連結和は、連結する成分を指定するだけでは一意に決まらない. diagram 上に有限個の点を置いた *pointed virtual link* という概念を導入し、連結するときは点を用いることで、virtual link/flat virtual link の連結和を定義した. 同値関係も適切に定義することにより、素な成分が決まることと、素な成分への分解と連結する tree がある同値関係を除いて一意に決まることを示した.

8. “Reidemeister torsion of homology lens spaces” :

V. Turaev はコンパクト 3 次元多様体の Reidemeister torsion を計算する方法を与えた. 特に、homology lens space に関しては、homology 3-sphere 内の knot K の Alexander 多項式と surgery 係数 p/q を指定すれば求められる. この結果を用いて、 K が (1) torus knot と同じ Alexander 多項式を持つ場合、(2) 次数 2 の Alexander 多項式を持つ場合、(3) $(-2, m, n)$ -pretzel knot と同じ多項式を持つ場合 (山田裕一氏との共同研究)、lens space と同じ Reidemeister torsion を持つかどうかを調べた. (1) は必要十分条件、(2) は K の Alexander 多項式が $t^2 - t + 1$ に定まることを示した. さらに次数 $2g$ の Alexander 多項式の場合に拡張している. (3) は $(-2, 3, 7)$ -pretzel knot の特殊性を明らかにした. また、(4) lens space と同じ Reidemeister torsion を持つ多様体を生じる、homology 3-sphere 内の knot K の surgery を持つ場合の Alexander 多項式を特徴付け (山田裕一氏との共同研究)、(5) Seifert surgery にも同様な手法を適用し、Alexander 多項式が特異ファイバーの重複度の情報を持つことを示した.

9. “Iwasawa type formula for covers of a link in a rational homology sphere” :

代数体のある種の分岐拡大体の ideal class group の order を求める Iwasawa formula は、Knot Theory では、integral homology 3-sphere のアーベル分岐拡大の first homology の order を求める Fox, Mayberry-Murasugi, Porti の公式が対応する. 後者の公式を、rational homology 3-sphere の巡回分岐拡大の場合に拡張した. このことを用いて、いくつかの実例を示した.