

# 今後の研究計画

濱野 佐知子

## 1. 余零問題に関する研究.

余零問題とは、複素多様体の部分解析集合に対する正則関数の存在問題であるが、同時に部分解析集合の配置の問題であり、実多様体における結び目・絡み目理論と対応するところが認められる。余零問題が、領域およびその部分解析集合の与え方に関わらず、常に解をもつか、という問題は現在のところ未解決である。

応募者は、 $\mathbb{C}^n$  ( $n \geq 3$ ) のある cylindrical domain において、余零問題が解けない具体的な解析集合を構成した。ただし、その解析集合は与えた領域において可約であった。このような問題に対して、既約な解析集合は構成できるかについて、今後研究する予定である。そこで、余零問題が解けないような更なる例を発見し、余零問題に関する多様性を解明すると共に、それらの特徴付けを幾何学的観点からも考察することで解決を計る。例えば、その考察に関して、正則性の概念の拡張およびその周辺概念が有用であると思われる。

一方、余零問題が肯定的に解決される場合についての一般化は、今後の研究課題である。その際、cohomology 理論を用いる一般論からの approach が重要であると思われる。岡の原理の拡張・一般化および Runge 性との同値性など最新の知見を駆使することにより、余零問題が解ける状況の幾何学的条件に対する部分解析集合配置の絡み方としての特徴付けを解明する。このような問題もまた、余零問題の解が存在しない場合の構造を手がかりに厳密に追求することにより、解析と幾何の相互作用を通じた研究のもと、非常に具体的に理解されると期待する。

## 2. 解析集合に関する配置問題としての視点からの研究およびその解決.

上記の研究 1. を通して得られる知見をもとに、余零問題を解析集合に関する配置問題として幾何学化して捉え直すことで、より精密な研究を行うことを計画している。余零問題の最終解決は、この場合、解析集合の順序対の最適化問題として定式化できる。具体的には、領域の部分解析集合の順序対を点と看做し、対から決まる高さを定義する。例えば、集合全体に potential 関数として flow を入れる。そして、energy が小さくなる方向に流れる algorithm が分かれば、余零問題の一般解が得られることになる。

## 3. 正則性の概念の拡張.

領域が十分滑らかであれば、複雑な非線型偏微分方程式の解でも領域内部の性質は知られている。しかし、任意の領域に対しては、調和関数でさえ、その境界挙動は未解明の部分が多い。また、多変数の正則関数の実部および虚部は多重調和関数と呼ばれているが、それは多変数の調和関数よりも強い制限を受けている関数であり、多重調和関数の境界値問題は一般に解けない。そこで、これらの関数の定性的・定量的な性質を調べると共に、より実多様体の場合に近づけるため、楕円型微分方程式の境界値問題や解の特異性との関連を研究することにより、結び目・絡み目理論との類似性をさらに深く追求する。