今後の研究計画

川見将広

[研究課題 1]　スピン斜交群の決定とその応用

論文リスト [2], [3] で記述したように，スピン斜交群の群表示を具体的に計算できたのは，現在のところ，閉曲面の種数が 2 以下の場合のみである．今後は，更に一般の種数の場合についてこの群を決定したい．また，この群を実現する曲面結び目は実際に存在するか，という「実現問題」に対し，例えば，ツイストスパン結び目やリボン結び目のような，比較的よく知られた，特に種数の小さい曲面結び目について計算してみたい．また，そのような不変量の計算から構成される曲面結び目の族の特徴付けなども，今後の研究課題である．

[研究課題 2]　低次元多様体 (特に，閉曲面) のスピン構造の概念の一般化

一般に，向き付け可能な閉多様体には，その接バンドルの 2 次スティーフェル・ホイットニー類が消えるものに限り，スピン構造を入れることができる．特に，次元が 3 以下の多様体には，いつもスピン構造を入れることができる．しかし，4 次元以上の多様体で，複素射影平面など，スピン構造が入らない多様体が存在する．私は，向き付け不可能な多様体にも，スピン構造にあたる概念 (counterpart) を考えることができるのではないかと思っている．例えば，2 次元トーラスの場合，Montesinos 氏は，スピン写像類群と，4 次元球面の自己微分同相写像に拡張できる写像類群の元全体がなす群が，写像類群の部分群として一致することを示し，廣瀬進氏は，その結果を一般の種数の場合へと拡張した．両氏の結果の基本にあるのは，閉曲面上のスピン構造全体と，閉曲面の標数 2 の 1 次ホモロジー群上の 2 次形式の全体が，1 : 1 に対応することである．これらの事実より，向き付け不可能な閉曲面にも，その 1 次ホモロジー群上で「よい写像」を考え，それを固定する向き付け不可能な閉曲面の写像類群の部分群を考え，更に，その群が，複素射影平面の自己微分同相写像に拡張できる写像類群の元全体がなす群と一致することを示すことができれば，ある意味で「よい写像」は，スピン構造の向き付け不可能な閉曲面への拡張といえるであろう．まず,「よい写像」をきちんと定義し，上の考察を試みたい．また，そのホモロジー版，すなわち，向き付け不可能な閉曲面上の「よい写像」を保存する自己微分同相写像が誘導する，標数 2 の 1 次ホモロジー群上の自己同型写像のなす群や，その応用を考えたい．