これまでの研究成果

川見将広

これまで，主に，向きづけ可能な閉曲面と，その写像類群 (mapping class group)，及び，そのスピン構造 (spin structure) を焦点において研究してきた．

閉曲面の写像類群とは，閉曲面上の自己微分同相写像全体の，イソトピーを法とする同値類がなす商群のことである．それは，デーンツイスト (Dehn twist) という有限個のイソトピー類によって生成され，更には，有限表示される．また，3 次元多様体独特の構成法であるデーン手術 (Dehn surgery) やヘーガード分解 (Heegaard splitting) を通して，写像類群は 3 次元多様体の同相類を決定することなど，低次元トポロジー諸分野へ応用を持つだけではなく，更に複素解析学等とも広く密接に関係し，重要な役割を担う．

一般に，向き付け可能な多様体には，その上の接バンドルの 2 次スティーフェル・ホイットニー類 (second Stiefel-Whitney class) とよばれる特性類が消えるものには，スピン構造とよばれる幾何的な構造を入れることができるが，特に閉曲面にはいつもスピン構造を入れることができる．しかも，閉曲面上のスピン構造全体と，閉曲面の標数 2 の 1 次ホモロジー群上で定義される 2 次形式 (quadratic form) と呼ばれる写像の全体は，写像類群が作用するアフィン空間として，同型であることが知られている．このような，与えられたスピン構造 = 二次形式を保存する閉曲面上の自己微分同相写像のイソトピー類全体は，写像類群の部分群をなし，J. Harer によってスピン写像類群 (spin mapping class group) とよばれている．私が興味を持って研究してきたのは，スピン写像類群のホモロジー版，すなわち，スピン構造を 1 つ与えられた閉曲面上の，それを保存する自己微分同相写像が誘導する，標数 2 の 1 次ホモロジー群上の自己同型写像のなす群である．

博士論文 (論文リスト [2])，及び，論文リスト [3] において，私は，この群を spin-preserving symplectic group (スピン斜交群) とよび，その性質の考察と応用を試みた．具体的には，スピン斜交群を，閉曲面の種数が 2 以下の場合において具体的に決定し，更に，応用として，スピン斜交群から派生する 4 次元球面内の曲面結び目 (surface knot) の不変量を定義した．また，この不変量を用いて計算し，曲面結び目として非同型であることを判定できる例を，極めて特殊な場合に限定されるが，例示した．