

今後の研究計画

(文献の番号は論文リストにある番号と一致する)

石坂瑞穂

研究対象は「代数曲線の退化」(以下退化とよぶ)と退化のある種の変形である「分裂族」である。特に興味があるのは位相モノドロミーと呼ばれる退化の位相型に対して決まる不変量であり、写像類群の共役類として表されるものである。位相モノドロミーの研究は代数幾何学、位相幾何学両分野の手法を用いて多角的になされるので、両分野に貢献がある研究であるといえる。実際、Stable Reduction Theorem などの代数幾何学の結果は、位相モノドロミーの理論から解釈すると容易に理解できるし、「超楕円写像類群の周期的な元の分類」という位相幾何学的問題は、代数幾何的手法を用いて退化を研究したことにより、一般の種数で解決された ([3])。両分野の手法を駆使し、各々の分野の手法だけでは得られない結果を得ることが研究目的の一つである。具体的な研究として、

- (i) 「Hyperelliptic involution と可換なモノドロミーは超楕円的退化のモノドロミーになる」という予想の解決。
- (ii) Beauville 予想 (S. L. Tan の定理) の位相的な解決。 P^1 上の半安定代数曲線族の特異ファイバーの本数が最低になる場合の特異ファイバーの組み合わせの決定。
- (iii) Cadavid 予想の修正と解決。

を計画している。

(i) の計画に関しては部分的 (半安定型) には肯定的に解決されることがわかったので ([2]), それを利用し、一般の位相モノドロミーの場合でも肯定的に解決したいと思っている。

(ii) の計画は、S. L. Tan 氏により代数幾何学的に解決された Beauville 予想 『 P^1 上の半安定代数曲線族の特異ファイバーの本数は少なくとも 5 本以上』を位相モノドロミーの考察により解決したいと思っている。これにより、代数幾何学的手法 (数値的考察) では得られないさらに詳しい考察、すなわち、消滅サイクルの位置の決定や、特異ファイバーの形などが決定されると期待している。

(iii) に関しては [1] で Cadavid 予想 『「分裂族」から得られる Dehn ねじりの積による写像類群の元の表示は、その元の Dehn ねじりの積による最短表示である』の反例を構成したが、いくつかの写像類群の元に関しては上記予想の性質を有しており、逆に、上記の性質を満たしている写像類群の元の特徴づけをしなければならないと考えている。「最短表示」であるための判定法を提示するのが最終目標になる。

参考文献

- [1] One parameter families of Riemann surfaces and presentations of elements of mapping class group by Dehn twists, J. Math. Soc. Japan, Vol. 58(2006), no.2, 587–594.

- [2] Realization of hyperelliptic families with the hyperelliptic semistable monodromies, Osaka Journal of Mathematics, Vol. 43(2006) no.1, 103–119.

- [3] Classification of the periodic monodromies of hyperelliptic families, Nagoya. Math. J. Vol. 174(2004), 187–199.