

研究計画

岩切雅英

結び目理論においてカンドルを用いた研究が多く行われています。結び目カンドルやカンドルコサイクル不変量を用いることで、曲面結び目の3重点数や3重点解消数、非可逆性などの性質や1次元結び目の鏡像との同値性などの性質が調べられてきています。私は、カンドルを用いて曲面絡み目などの研究を行う予定です。

論文リストの [7] において、曲面絡み目の w -index をカンドルコサイクル不変量を用いて研究しました。位数 p の2面体カンドルの3 - コサイクルを θ_p とおき、 θ_p に関するカンドルコサイクル不変量を Φ_p とおきます。 $\Phi_3(F)$ が非自明であるとき、 F の w -index が6以上であることを示しました。2-ツイストスパン三葉結び目 T_2 は、 $\Phi_3(T_2)$ が非自明であり T_2 の w -index が6なので、最良の評価であることがわかります。同様に $p \neq 3$ で $\Phi_p(F)$ が非自明であるとき、 F の w -index は少なくともいくつであるかということを決定的にしたいと思います。4面体カンドルなどの他のカンドルについても同様の議論を行うつもりです。

私と A. Ishii は、ハンドル体絡み目のカンドル彩色、新しいホモロジー群やコホモロジー群、コサイクル不変量などを定義しました。我々は、少ない位数のカンドルに対するホモロジー群やコホモロジー群を計算する予定です。自明なカンドルに関する不変量についても調べます。少ない交差点をもつハンドル体絡み目についても我々の不変量を用いて研究するつもりです。また、ハンドル体絡み目の基本カンドルをどのように定義すればいいかについても考えます。

いままでの曲面絡み目の性質を調べるときに、主に2面体カンドルがよく使われています。一部のアレクサンダーカンドルに関しては、T. Mochizuki により、3 - コサイクルの構成法が与られていますが、一般に3 - コサイクルを求めることは難しいです。2面体カンドルの拡張として、バーンサイドケイ（ケイとはある特別な性質を持つカンドル）、バーンサイド群のコアカンドルが考えられます。まずこれらのカンドルの3 - コサイクルを求めたいと思います。このことは、いろいろな曲面絡み目の性質を調べるのに役に立つと思われる。

特異曲面結び目に対してもカンドルコサイクル不変量を定義して、その性質を調べようとおもいます。特異曲面結び目とは、横断的な2重点を持つことを許した曲面絡み目のことです。曲面結び目に対しては、1次元結び目のライデマイスター変形と同様に、ローズマン変形というものがあります。特異曲面結び目に対しては、ローズマン変形のようなものは知られていません。このことから、ダイアグラムを直接使ってカンドルコサイクル不変量を定義することは、難しいと思われる。研究の取り掛かりとして、特異曲面結び目を考える前に、特異曲面ブレイドに対してカンドルコサイクル不変量を考えたいと思います。I. Hasegawa の博士論文において、チャート表示を用いた曲面ブレイドのステイト和不変量について研究されています。また、カンドルコサイクル不変量もそこでの方法で定義でき、曲面結び目のカンドルコサイクル不変量が再構築できます。そこで用いられた方法は、特異曲面ブレイドに対しても適用でき、特異曲面ブレイドの不変量であることがわかります。ただし、このようにして得られた不変量は、特異曲面結び目の不変量であるかどうかはまだわかりません。まずは、このカンドルコサイクル不変量を用いて、曲面結び目のときと同様に特異曲面ブレイドの性質を研究できるのかについて考えたいと思います。

論文リストの [5] において、特異曲面ブレイドの crossing change が結び目解消操作であること示しました。従って、crossing change に対しても、結び目解消数や3重点解消数を考えることができます。それらの数が、カンドルの彩色数やカンドルコサイクル不変量を使うことで、下から評価できるのか調べたいと思います。