これまでの研究成果

川見将広

これまで，主に，向きづけ可能な閉曲面と，その写像類群 (mapping class group)，及び，曲面のスピン構造 (spin structure) を興味をもって研究してきた．

閉曲面の写像類群とは，閉曲面上の自己微分同相写像全体の，イソトピーを法とする同値類がなす商群のことである．それは，デーンツイスト (Dehn twist) という有限個のイソトピー類によって生成され，更には，有限表示されることが知られている．また，3 次元多様体独特の構成法であるデーン手術 (Dehn surgery) やヘーガード分解 (Heegaard splitting) を通して，写像類群は 3 次元多様体の同相類を決定することなど，低次元トポロジー諸分野へ応用を持つだけではなく，更に複素解析学等とも広く密接に関係し，重要な役割を担う．

一般に，向き付け可能な多様体には，その上の接バンドルの第 2 次スティーフェル・ホイットニー類 (second Stiefel-Whitney class) とよばれる特性類が消えるものには，スピン構造とよばれる幾何的な構造を入れることができるが，特に閉曲面にはいつもスピン構造を入れることができる．しかも，閉曲面上のスピン構造全体と，閉曲面の標数 2 の 1 次ホモロジー群上で定義される 2 次形式 (quadratic form) と呼ばれる写像の全体は，写像類群が作用するアフィン空間として同型であることが知られている．このような，与えられたスピン構造 =2 次形式を保存する閉曲面上の自己微分同相写像のイソトピー類全体は，写像類群の部分群をなし，J. Harer によってスピン写像類群 (spin mapping class group) とよばれている．私が興味を持って研究してきたのは，スピン写像類群のホモロジー版，すなわち，スピン構造を 1 つ与えられた閉曲面上の，それを保存する自己微分同相写像が誘導する，標数 2 の 1 次ホモロジー群上の自己同型写像のなす群である．

博士課程において，私は，この群を spin-preserving symplectic group (スピン斜交群) と定義し，その性質の考察と応用を研究した．具体的には，スピン斜交群を，閉曲面の種数が 2 以下の場合において具体的に決定し，更にその応用として，スピン斜交群から派生する 4 次元球面内の曲面結び目 (surface knot) の不変量を定義した．また，この不変量を用いて計算し，曲面結び目として非同型であることを判定できる例を，極めて特殊な場合に限定されるが，例示した．