研究成果

木村太郎

リーマン対称空間は微分幾何学において基本的かつ重要な研究対象である. リーマン対称空間における全測地的部分多様体はまたリーマン対称空間になるので興味深い. リーマン対称空間における全測地的部分多様体を分類することは基本的問題である. この問題については今までにいろいろな結果が知られているが, いまだ完全な結果は得られていない. 階数 1 のコンパクトリーマン対称空間についての全測地的部分多様体の分類は, J. A. Wolf によって 1963 年に与えられている. 階数 2 については, 1978 年に B. Y. Chen と長野正によって与えられた局所的分類が知られている. 我々は, B. Y. Chen と長野正によって与えられたコンパクトリーマン対称空間における極地と子午空間の理論を用いて, 階数 2 のコンパクトリーマン対称空間の極大全測地的部分多様体の完全な分類を与えた ([1]).

一般に, リーマン多様体における全測地的部分多様体は極小部分多様体である. この事実から, 自然にリーマン対称空間の全測地的部分多様体の極小部分多様体としての安定性の決定という問題が与えられる. 我々は, 論文 [1] で分類した階数 2 のコンパクトリーマン対称空間における極大全測地的部分多様体に対して, その極小部分多様体としての安定性を全て決定した ([2]).

リーマン多様体上に余次元 1 の主軌道を持つリー群の作用を cohomogeneity one action と呼ぶ. コンパクト型既約リーマン対称空間への cohomogeneity one action は, A. Kollross によって完全に与えられた. Cohomogeneity one action の特異軌道は一般には全測地的ではないが, 特異軌道が鏡映部分多様体である場合には全測地的となる. このことに関連して我々は,「コンパクト型既約対称空間の cohomogeneity one action から決まるある種の鏡映部分多様体は安定」という結果を導いた. この結果は, 任意の階数の対称空間に成り立つという意味で一般的な結果である ([3]).