これまでの研究成果のまとめ

昆　万佑子

複素空間形の部分多様体の研究では，複素部分多様体，全実部分多様体，および CR 部分多様体に対しては，多くの興味深い結果が示されている．また，CR 部分多様体の特別な場合である実超曲面に関しても，豊富な例と多くの結果が導かれている．

しかしながら，上記以外の部分多様体に関する研究は，Hopf のファイバー束を利用したもの以外は比較的結果が少ない．その理由のひとつに，例えば複素空間形の全測地的な部分多様体は複素部分多様体か全実部分多様体に限られるなど，これまでの一般的な幾何学的概念が有効に機能しないことが挙げられる．

これらの部分多様体の研究に伴う問題点を解決するため，Hopf のファイバー束を利用せず Simons 型の新しい積分公式を用いる手法（発表論文[4]，[5]）の研究を行っている．

正の正則断面曲率を持つ複素空間形の平均曲率ベクトル場が平行な部分多様体に対して，第２基本形式の長さの２乗に対するラプラシアンを計算し，ある種の行列を導入することにより，Simons 型の積分公式の一つの有効な表現を得た．この積分公式を用いて，正の正則断面曲率を持つ複素空間形のコンパクト極小部分多様体の，スカラー曲率に関する挟撃定理を得た．この結果は，複素射影空間の A 型の実超曲面の特徴付けにもなっている（プレプリント[6]).

また, M を複素射影空間の法接続が平坦な実 n 次元コンパクト CR 極小部分多様体としたとき，M の断面曲率が $1/n$ 以上ならば，M は極小な測地超球面であるという結果が得られている（発表論文[4]）．また，CR という条件を仮定しない場合，第二基本形式と複素射影空間の概複素構造の接空間への射影に関するある条件のもとで，対応する結果が得られた．

さらに，複素射影空間のコンパクト CR 極小部分多様体に対し，リッチ曲率を用いた分類定理を与えた（発表論文[5]）．

以上の結果は，複素射影空間のコンパクト極小部分多様体に対する既知の各種挟撃定理の拡張になっている．

また，複素空間形の実超曲面について，第二基本形式や各種曲率に対する正則分布上での条件が実超曲面の性質をどの程度決定するかを調べる問題を研究している．

複素空間形の実超曲面で全臍的なものは存在しないことから，代わりに η-全臍的という条件が研究されてきたが，実超曲面が正則分布上で全臍的であるという条件を検討し，概念の拡張を行った（発表論文[3]）．また，実超曲面のリッチテンソルが正則分布上で擬対称であるとき，実超曲面は擬アインシュタインであるという結果を得た（発表論文[2]）．さらに，主曲率が定数であるような実空間形の実超曲面で，リッチテンソルが正則分布上でアインシュタインに対応する条件を満たすものを決定した（プレプリント［7]）．