研究計画.

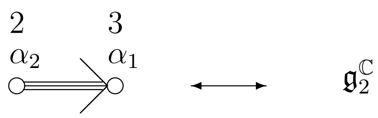
私は 実単純リー代数の固有空間について研究を進めています. まずは その例を挙げます. ただし, 以下に於いて $\mathfrak{g}$ は 実単純リー代数を表す.

例 1. σ を $\mathfrak{g}$ の回帰的自己同型写像とし, その $+1$-固有空間を $\mathfrak{h}$ で, その -1-固有空間を $\mathfrak{m}$ でそれぞれ表す. すると, 組 $(\mathfrak{g}, \mathfrak{h})$ は 単純対称対になり, $\mathfrak{g} = \mathfrak{h} \oplus \mathfrak{m}$ は その標準分解となる. その上, $(\mathfrak{g}, \mathfrak{h})$ は 単純アフィン対称空間 G/H を引き起こし, $\mathfrak{m}$ を その原点での接空間 $T_o(G/H)$ とみなせる.

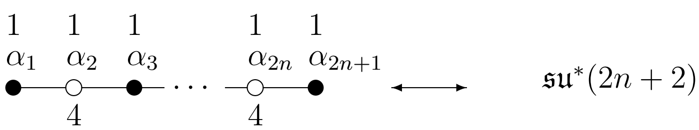
例 2. $\mathrm{ad}_{\mathfrak{g}} X$ で, 元 $X(\neq 0) \in \mathfrak{g}$ に対する $\mathfrak{g}$ の随伴表現を表し, $\ker(\mathrm{ad}_{\mathfrak{g}} X)$ で その 0-固有空間を表す (i.e., $\ker(\mathrm{ad}_{\mathfrak{g}} X)$ は 線形写像 $\mathrm{ad}_{\mathfrak{g}} X$ の核). そのとき, 組 $(\mathfrak{g}, \ker(\mathrm{ad}_{\mathfrak{g}} X))$ は シンプレクティック等質空間を引き起こす. 逆に, 連結単純リー群 G のシンプレクティック等質空間すべては そのような組から引き起こされる.

例 3. $\mathfrak{g}$ が 複素構造を許容していると仮定する. $\mathfrak{c}$ で $\mathfrak{g}$ のカルタン部分代数を表し, $\mathfrak{g} = \mathfrak{c} \oplus \bigoplus_{\alpha \in \triangle(\mathfrak{g}, \mathfrak{c})} \mathfrak{g}_\alpha$ で そのルート空間分解を表す. そのとき, 各 $C \in \mathfrak{c}$ に対して, $\mathfrak{g}_\alpha$ は $\mathrm{ad}_{\mathfrak{g}} C$ の $\alpha(C)$-固有空間である.

複素単純リー代数のルート空間分解は ディンキン図式に対応し, ディンキン図式の分類は 複素単純リー代数の分類を引き起こす.



そして, 非コンパクト型・直交・単純対称対の制限ルート空間分解は 佐武図式に対応し, 佐武図式の分類は 実単純リー代数の分類を引き起こす.



私は, 実単純リー代数の或る固有空間分解が 何かしらの図式と対応しているのではないか？ そして, それらの図式を分類することにより 単純対称対を分類できるのではないか？ と考えています. 今後の目標は, 単純対称対に対応する図式を作成することです.