

これまでの研究成果のまとめ (坊向 伸隆)

次の課題について研究を進めている:

- (I) リーマン対称空間内の等方的部分多様体;
- (II) 半単純リー群の随伴軌道.

まず 課題 (I) について解説する.

(I): 等方的はめ込みの概念は, O'Neill (Canad.J.Math.,1965) によって紹介され, それは全臍的はめ込みや全測地的はめ込みの概念を一般化したものといえる. ここで, 等方的はめ込みに関する次の事実に着目する:

事実: 平行はめ込み $f : M \rightarrow N$ は等方的はめ込みに必ずなる. しかし その逆は一般に成立しない (つまり, 非平行な等方的はめ込み $h : M \rightarrow N$ が存在する). ただし, M は階数 $1 \cdot$ コンパクト対称空間を表し, N は空間形を表す.

上記事実を踏まえ, 次の問題を提起する:

問題: 等方的はめ込み $h : M \rightarrow N$ が平行はめ込みになるための十分条件は何であるか?

論文 [5], [7], [9], [10], [12], [13], [14] 内で, 平均曲率に関する不等式や, 余次元に関する不等式などから上記十分条件を与えた.

以下 課題 (II) について言及する.

(II): 連結半単純リー群 G は そのリー代数 \mathfrak{g} 上に随伴作用している. その作用 Ad に関する軌道 $\text{Ad}(G)x$ を随伴軌道という. ただし, x は \mathfrak{g} の元を表す.

随伴軌道に関する事実として次が知られている:

事実: 任意元 $x \in \mathfrak{g}$ に対して $\text{Ad}(G)x$ はシンプレクティック等質 G -空間になる. 一方, 各シンプレクティック等質 G -空間 M は, 被覆の差を除いて, 随伴軌道 $\text{Ad}(G)y$ として理解される.

言うに及ばないが, この事実が示唆することは G -随伴軌道は シンプレクティック等質 G -空間と深く関連しているということである. その関連性に注目することで 結果 [1], [3], [4] を得ている. 論文 [4] では, ルート理論を用いて ケーラー or 擬ケーラー等質 G -空間を決定する方法を紹介している. 論文 [1], [3] では, 不変シンプレクティック構造を許容する半単純アフィン対称空間を, 随伴軌道の観点から考察している.

REFERENCES

- [1] T. Noda and N. Boumuki, *On relation between pseudo-Hermitian symmetric pairs and para-Hermitian symmetric pairs*, Tohoku Mathematical Journal vol. 61, No. 2 (2009), pp. 67–82.
- [2] N. Boumuki and T. Noda, *Decompositions of symplectic structures* (in Japanese), RIMS Kokyuroku 1623 (2009), pp. 89–101.
- [3] N. Boumuki, *The classification of simple irreducible pseudo-Hermitian symmetric spaces: from a viewpoint of elliptic orbits*, Memoirs of the Faculty of Science and Engineering Shimane University vol. 41 (2008), pp. 13–122.
- [4] N. Boumuki, *Isotropy subalgebras of elliptic orbits in semisimple Lie algebras, and the canonical representatives of pseudo-Hermitian symmetric elliptic orbits*, Journal of the Mathematical Society of Japan vol. 59, No. 4 (2007), pp. 1135–1177.
- [5] N. Boumuki, *Isotropic immersions and parallel immersions of Cayley projective plane into a real space form*, New Zealand Journal of Mathematics vol. 36, (2007), pp. 139–146.
- [6] N. Boumuki and S. Maeda, *Study of isotropic immersions*, Kyungpook Mathematical Journal vol. 45, No. 3 (2005), pp. 363–394.

- [7] N. Boumuki, *Isotropic immersions of rank one symmetric spaces into real space forms and mean curvatures*, Contemporary Aspects of Complex Analysis, Differential Geometry and Mathematical Physics (ed. S. Dimiev and K. Sekigawa), World Scientific Publishing (2005), pp. 31–40.
- [8] N. Boumuki, *Symplectic homogeneous spaces and adjoint orbits* (in Japanese), RIMS Kokyuroku 1460 (2005), pp. 1–10.
- [9] N. Boumuki, *Isotropic immersions and parallel immersions of space forms into space forms*, Tsukuba Journal of Mathematics vol. 28, No. 1 (2004), pp. 117–126.
- [10] N. Boumuki, *Isotropic immersions with low codimension of complex space forms into real space forms*, Canadian Mathematical Bulletin vol. 47, No. 4 (2004), pp. 492–503.
- [11] N. Boumuki, *Remarks on real Lie groups with a complex Lie algebra*, Far East Journal of Mathematical Sciences vol. 13, No. 2 (2004), pp. 173–179.
- [12] N. Boumuki, *Isotropic immersions of complex space forms into real space forms and mean curvatures*, Bulletin of the Polish Academy of Sciences Mathematics vol. 52, No. 4 (2004), pp. 431–436.
- [13] N. Boumuki, *Isotropic immersions with low codimension of space forms into space forms*, Memoirs of the Faculty of Science and Engineering Shimane University vol. 37, (2004), pp. 1–4.
- [14] N. Boumuki, *Characterization of parallel immersions of real space forms into real space forms* (in Japanese), RIMS Kokyuroku 1346 (2003), pp. 131–137.