研究計画

鄭 仁大

私は今後, 結び目全体が成す空間の性質を明らかにすることをテーマに研究を進めていきたいと思っています. 以下では研究計画の具体的な内容を記します.

結び目上の局所変形 λ が与えられたときに定義される λ-Gordian グラフ, 及び λ-Gordian 複体について考えます. これまでの研究成果でも述べたように, λ-Gordian グラフ, 及び λ-Gordian 複体の大域的な性質を調べることは, 一般的には難しい問題です. そこで "λ-Gordian グラフ (resp. λ-Gordian 複体) を結び目不変量 ι を使って割ったもの" といえる (ι, λ)-Gordian グラフ (resp. (ι, λ)-Gordian 複体) を導入し, それらを調べるという手法を考えます. Gambaudo-Ghys によって Gordian グラフは Gromov 双曲的にならないことが知られていますが, それを結び目不変量 ι で割ることで, その空間には "良い" 幾何的構造が入ること (例えば Gromov 双曲的であること) が期待できます. そうして得た情報から割る前の空間の大域的な情報を捉えるというアプローチを試みたいと考えています. 具体的に考える問題は次のとおりです.

(1) まずは, 与えられた結び目不変量と局所変形のペア (ι, λ) に対して, (ι, λ)-Gordian グラフを調べることが問題となります. 特に, 結び目不変量を有限型不変量 (Vassiliev 不変量), 局所変形を Goussarov-Habiro による C_n-変形としたときのグラフ (v_n, C_n)-Gordian グラフは興味のある対象であり, 詳細に調べたいと考えています. この (v_n, C_n)-Gordian グラフは, "これまでの研究成果" でも述べた (∇, Δ)-Gordian グラフの, 有限型不変量の次数に着目したときの一般化にもなっているという点でも興味深い対象といえます.

(2) 割って得られた空間が Gromov 双曲的になることで, その空間には Gromov 境界が定まります. この境界は結び目全体の集合の極限と考えることができ, この方向から結び目全体の集合の極限の情報を引き出すことが出来ると考えています. "これまでの研究成果" で述べた (∇, Δ)-Gordian グラフは, 実数直線に擬等長的であったので 2 点から成る境界をもちますが, 結び目不変量と局所変形のペアを (∇, Δ) とは異なるものを選べば, 境界がより大きな空間が得られることが期待できます. このような方法で, 結び目が成す空間の極限について考察したいと思っています.

(3) 結び目の極限の意味づけとしては色々な解釈が可能ですが, その中の一つとして, それらは野生的な結び目と見做せるとの解釈があります. 現在まで, 野生的な結び目に対する分類など, (順な) 結び目に対してこれまで成されてきた様々な研究方法はほとんど適応できていません. しかし, 上のようなアプローチを取ることによって, 野生結び目に対して (大まかではありますが) 分類を与えることが出来ることが期待できます. このような視点からも, 結び目の成す空間を調べてみたいと考えています.