これまでの研究成果

鄭 仁大

以下で私のこれまでの研究成果を記します (文中の番号は, 論文リストの番号と一致).

交代結び目の Alexander 多項式: 結び目の Alexander 多項式とは, 整数係数 Laurent 多項式環に値をとる結び目不変量であり, 2 つの代数的条件によって特徴づけられることが知られています. 一方で, 交代結び目の Alexander 多項式については, Crowell と Murasugi による基本定理が古くから知られていますが, 代数的な特徴づけは現在まで成されていません. 特に, 1960 年代に Fox によって提唱された交代結び目の Alexander 多項式の "台形予想" は, 基本的な問題ですが未解決のままです. 私は論文 [1] で, 種数 2 以下の交代結び目に対して "台形予想" が正しいことを証明しました.

さらに, 私は論文 [2] で, Ozsváth-Szabó による Knot Floer ホモロジー理論からのアプローチとは独立の方法で, 種数 2 以下の交代結び目の Alexander 多項式の係数間に成り立つ線形不等式の中で最良のものを発見しました (種数 2 の場合の Ozsváth-Szabó の不等式は, 私の不等式の帰結として導かれます).

Gordian 複体から導かれる単体的複体: 個々の結び目に着目して調べることとは別の視点で, 結び目全体が成す空間がどのような形をしているかという問題が考えられます. しかし, 結び目全体が成す空間の大域的な性質が明らかになるような研究成果は現在までほとんど得られていません. そこで私は, 結び目全体が成す空間の変形バージョンといえる新しい空間を導入し, それらの性質を調べました. 特に, 私は論文 [5] (市原一裕氏との共著) で, Alexander 多項式を用いて得られる空間を調べ, それらの代表的なものが Gromov 双曲的であることを示しました.

正結び目の交代性: 結び目の "正" と "交代" の 2 つの性質の関係を明らかにすることを目標に研究を行いました. 特に, 私は論文 [4] (岸本健吾氏との共著) で, 種数 2 以下の正結び目は交代結び目, もしくは概交代結び目になることを示し, 又, 種数 2 以下の正結び目は擬交代結び目であることを示しました.

有限型手術: 双曲結び目に沿った Dehn 手術で手術後の 3 次元多様体が非双曲的となるものは, 各双曲結び目に対して高々有限個であることが Thurston によって知られています. このため, このような Dehn 手術は例外的と呼ばれ, これを決定することは 3 次元多様体を調べる上で重要な問題となります. 特に, 手術後の多様体の基本群が有限群となる Dehn 手術 (有限型 Dehn 手術) は, 例外的 Dehn 手術の中でも特殊なもので, 活発に研究されています. 私は論文 [3] (市原一裕氏との共著) で, Montesinos 結び目に沿った有限型 Dehn 手術を全て決定しました.

Seifert 手術: Montesinos 結び目に沿った例外的 Dehn 手術の決定問題は, 上で述べた結果より, 基本群が無限位数の Seifert ファイバー空間を生む Dehn 手術の決定のみが残ります. 私は論文 [7] (市原一裕氏, 水嶋滋氏との共著) で, 交代モンテシノス結び目に沿ったザイフェルト手術を全て決定しました.