(2-2) 今後の研究計画

■ 電荷を帯びた歪んだ地平面をもつ Kaluza-Klein ブラックホール上の安定性解析

超弦理論に基づいた低次元有効理論は重力だけでなくゲージ場も含んでおり，そのような有効理論を理解するためにゲージ場を含んだブラックホールやその上の摂動を考えることは重要である．そのようなブラックホールでもっとも簡単なものは $U(1)$ ゲージ場をもつ Reissner-Nordstöm ブラックホールである．高次元の Reissner-Nordstöm ブラックホール の安定性は A.Ishibashi と H.Kodama によって調べられいる．彼らにより，電磁場と重力波を共に含むシステムであるにもかかわらず，摂動の方程式は物理的自由度ごとの一本のマスター方程式に帰着することも示されている．近年，H.Ishihara, K.Matsuno によって，電荷を帯びた歪んだ地平面をもつ Kaluza-Klein ブラックホールが構成された．この解は，電荷をもたない歪んだ地平面をもつ Kaluza-Klein ブラックホールと同様に $SU(2) \times U(1)$ の対称性をもつため，文献 [8][9] と同様の手法を用いることが可能であり，文献 [8][9] の解析を電荷を持つ場合に拡張できると私は考えている．

■ 奇数次元における Kaluza-Klein ブラックホール

5 次元時空における角度部分は 3 次元であり，通常は S^3 である．S^3 は Hopf bundle と呼ばれる局所的に $\mathrm{S}^2 \times \mathrm{S}^1$ の fiber bundle 構造をしている．論文 [1][2][5][10] では 5 次元時空におけるコンパクトな余剰次元をもつ時空中でのブラックホールについて議論したが，このような厳密解を構成することが可能であった技術的な理由として，5 次元時空における角度部分の計量を Hopf bundle 構造をもつことが自明であるように書き下すことができたことが上げられる．なお，ここで S^1 方向が余剰次元方向に対応している．

私は，5 次元時空の場合における解析を 7 次元時空以上の奇数次元の場合への拡張を行いたい．$\mathrm{S}^5, \mathrm{S}^7 \cdots$ の奇数次元球は S^3 と同様に Hopf bundle 構造をしていることが知られており，5 次元時空の場合と非常に似た状況であると予想できる．実際，ブラックホールのない場合に関しては，7 次元以上においても 5 次元の場合と同様の厳密解を構成可能であることが知られており，高次元の Kaluza-Klein monopole と呼ばれている．しかしながら，現在のところ，ブラックホール厳密解は見つかっておらず，7 次元時空の場合においては数値的に解の存在を確認した先行研究があるに留まっている．

そこでまずは，ブラックホールの電荷と質量を等しいとした極限において，厳密解を構成することを考えたい．そのような場合には，解くべき方程式は，7 次元以上の Kaluza-Klein monopole 上の Laplace 方程式へと帰着するため，解析が容易となることが期待される．