研究計画

能城　敏博 (Nogi Toshihiro)

次の 3 つを研究していく予定である.

1. ベアスのファイバー空間の境界とタイヒミュラー空間の境界について

G を上半平面 U に作用するトージョンフリーの第 1 種有限生成フックス群で、商空間 U/G が種数 g の n 点穴あきリーマン面とする。

フックス群 G のタイヒミュラー空間 $T(G)$ は、下半平面上 L の G に関する重さ -4 の正則保型形式全体のなす複素ベクトル空間 $B_2(L, G)$ に埋め込まれることが知られている。その埋め込みによる像と $T(G)$ を同一視することで、$T(G)$ の境界 $\partial T(G)$ が自然に定義される。

$T(G)$ 上に quasidisk をファイバーにもつファイバー空間 $F(G)$ が定義される。先の埋め込みにより、$F(G)$ は $B_2 \times \mathbb{C}$ 内の領域となる。$\dot{G}$ をフックス群で、商空間 $U/\dot{G}$ が先のリーマン面 U/G から一点を除いたものと双正則同値であるとする。ベアスは $F(\dot{G})$ から $T(G)$ への同型写像があることを示した。

この同型写像を介して、 $F(\dot{G})$ の境界と $\partial T(G)$ との対応を考察する。具体的には、タイヒミュラー空間の Thurston のコンパクト化の理論を使って考察する。

2. リーマン面の正則族について

B を双曲型リーマン面とし、B 上の (g, n) 型のリーマン面の正則族が与えられたとする。ここで、g はファイバーの種数で、n はファイバーの穴の数である。すると、単位円板 Δ (B の普遍被覆面) から (g, n) 型のタイヒミュラー空間 $T_{(g,k)}$ への正則写像が得られる。

このとき、1 の研究がすすめば、$\partial\Delta$ と $\partial T_{(g,k)}$ との対応が分かると期待している。このことから、正則族のより緻密なことが分かるはずである。

3. Holomorphic motion の拡張について

Holomophic motion は、Mañé, Sad と Sullivan によって導入され、力学系やクライン群の考察に重要であった。Bers と Royden によって、holomorphic motion とタイヒミュラー空間に関係があることが示された。

最近 Yunping Jiang 氏と Sudeb Mitra 氏は、タイヒミュラー空間上の Holomorphic motions の拡張に関する多くの結果を示している。

私は彼らの結果を解析し、それをベアスファイバー空間の考察に応用したいと考えている。